

GAUTHIER-VILLARS, Editeur, 55, Quai des Grands-Augustins, Paris.
GEORG & C^{ie}, Editeur, 10, Corraterie, Genève.

XIV^e année, 1912.

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE

REVUE INTERNATIONALE

PARAISANT TOUS LES DEUX MOIS

DIRIGÉE PAR

C.-A. LAISANT

Docteur ès sciences,
ancien Examinateur d'admission à l'École
polytechnique de Paris.

H. FEHR

Docteur ès sciences,
Professeur à l'Université
de Genève.

COMITÉ DE PATRONAGE

P. APPELL (Paris). — M^{me}. CANTOR (Heidelberg). — E. CZUBER (Vienne). — W.-P. ERMAKOF (Kiel).
J. FRANEL (Zurich). — Z.-G. de GALDEANO (Saragosse). — Sir G. GREENHILL (Londres).
F. KLEIN (Göttingen). — G. LORIA (Gênes). — P. MANSION (Gand). — MITTAG-LEFFLER (Stockholm).
E. PICARD (Paris). — † H. POINCARÉ (Paris). — P.-H. SCHOUTE (Groningue).
Dav.-Eug. SMITH (New-York). — C. STEPHANOS (Athènes). — F. Gomes TEIXEIRA (Porto).
A. VASSILIEF (Kasan). — A. ZIWET (Ann Arbor, Michigan, U. S. A.).

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

L'Enseignement mathématique paraît tous les deux mois (les 15 janvier, mars, mai, juillet, septembre et novembre) par fascicules de 80 à 96 pages.

Prix du Numéro : 3 Francs.

Abonnements. — Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix de l'Abonnement : Union postale 15 Francs.

On s'abonne : en France, à la LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS, Paris, 55, quai des Grands-Augustins, et chez les principaux libraires.

Aux Etats-Unis d'Amérique, les abonnements sont servis par la LIBRAIRIE STECHERT & C^{ie}, à New-York, West 25th Street.

Dans tous les autres pays, on s'abonne : 1^o Par l'envoi d'un mandat poste à la LIBRAIRIE GEORG & C^{ie}, à Genève, 10, Corraterie ; 2^o chez les principaux libraires.

Rédaction. — Pour tout ce qui concerne la Rédaction, s'adresser :
à M. C.-A. LAISANT, 5, rue du Conseil, Asnières (Seine),
ou à M. H. FEHR, 110, route de Florissant, Genève,
ou à M. A. BUHL, Faculté des Sciences, Toulouse.

Collection. — La collection des dix premiers volumes, années 1899 à 1908, se vend Fr. 120.—

Numéro spécimen. — Envoi d'un numéro spécimen sur demande affranchie à l'un de nos éditeurs.

Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Président : F. KLEIN, G. R. R., Göttingue.
Vice-Présidents : Sir George GREENHILL, Londres. — D.-E. SMITH, New-York.
Secrétaire-général : H. FEHR, Genève.

PUBLICATIONS

DU

COMITÉ CENTRAL

rédigées par

H. FEHR

Prof. à l'Université de Genève.
Secrétaire-général de la Commission.

2^{me} SÉRIE, Fasc. I. — Novembre 1912.

Compte rendu du Congrès de Cambridge

21-27 août 1912.

Extrait de *L'Enseignement Mathématique*

Organe officiel de la Commission.

N^o du 15 novembre 1912.

SECRETARIAT-GÉNÉRAL

110, ROUTE DE FLORISSANT, 110

Genève (Suisse)

1912

Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Président: F. KLEIN, G. R. R., Göttingue.
Vice-Présidents: Sir George GREENHILL, Londres. — D.-E. SMITH, New-York.
Secrétaire-général: H. FEHR, Genève.

PUBLICATIONS

DU

COMITÉ CENTRAL

rédigées par

H. FEHR

Prof. à l'Université de Genève.
Secrétaire-général de la Commission.

2^{me} SÉRIE, *Fasc. I.* — Novembre 1912.

Compte rendu du Congrès de Cambridge

21-27 août 1912.

Extrait de *L'Enseignement Mathématique*

Organe officiel de la Commission.

N° du 15 novembre 1912.

SECRETARIAT-GÉNÉRAL
110, ROUTE DE FLORISSANT, 110
Genève (Suisse)

1912

GENÈVE
IMPRIMERIE ALBERT KÜNDIG

SOMMAIRE :

	Pages
Liste des membres de la Commission au 27 août 1912.	2
Aperçu général. — Résolution	3
 <i>1^{re} séance :</i>	
Discours d'ouverture. Par C. GODFREY et D.-E. SMITH.	8
La Commission internationale de 1908 à 1912. Compte rendu sommaire. Par H. FEHR	14
Introduction. — Organisation de la Commission. — Objet des travaux. — Séance du Comité central et de la Commission.	
<i>Annexe</i> : Liste des publications du Comité central et des Sous-commissions nationales.	49
Présentation des publications. — Rapports des délégués	34
 <i>2^{me} séance :</i>	
The mathematical Training of the Physicist in the University, Report presented by C. RUNGE (Göttingen).	55
<i>Discussion</i> : P. STECKEL, C. BOURLET, F. ENRIQUES, SIR G. GREENHILL, A.-E. WEBSTER, E. BOREL, SIR J. LARMOR, C. BIOCHE, A.-E.-H. LOVE, E.-W. HOBSON, G.-A. GIBSON, SIR J.-J. THOMSON, C. RUNGE, F.-W. LANCASTER.	61

3^{me} séance :

Intuition and Experiment in Mathematical Teaching
in the Secondary Schools, Report presented by
D.-E. SMITH (New-York) 67

Method of Investigation. — Types of School considered. —
The Question of Elementary and Higher Schools. — Method
followed in this Report. — The general situation. —
Measuring and Estimating. — Geometric Drawing and
Graphic Representation. — Graphic Methods. — Numerical
Computation.

Discussion : C.-A. LAISANT, A. THAER, E. DINTZL,
A.-W. SIDDONS, C. BIOCHE, W. LIETZMANN, W. V.
DYCK, G.-E. CARSON et C. GOLDZIER 88

Remarque sur une bibliographie de l'enseignement
mathématique, par C. GOLDZIER (Budapest).

Prolongation du mandat de la Commission. Les tra-
vaux pendant la prochaine période 96

COMPTE RENDU

DU

CONGRÈS DE CAMBRIDGE

21-27 août 1912

publié par

H. FEHR

Secrétaire-général de la Commission.

Liste des membres de la Commission

au 27 août 1912.

- Allemagne* : MM. F. KLEIN (Göttingue), P. STÄCKEL (Carlsruhe),
† P. TREUTLEIN (Carlsruhe).
Australie : M. CARSLAW (Sidney).
Autriche : MM. E. CZUBER, W. WIRTINGER, R. SUPPANTSCHITSCH (Vienne).
Belgique : M. J. NEUBERG (Liège).
Bésil : M. E. R. GABAGLIA (Rio de Janeiro).
Bulgarie : M. A. v. SOUREK (Sophia).
Colonie du Cap : M. HOUGH (Observatoire royal de Capetown).
Danemark : M. P. HEEGAARD (Copenhague).
Espagne : M. C.-J. RUEDA (Madrid).
Etats-Unis : MM. DAY.-EUG. SMITH (New-York), W. OSGOOD (Cambridge, Mass.), J.-W.-A. YOUNG (Chicago).
France : MM. A. de SAINT-GERMAIN, C.-A. LAISANT et C. BOURLET (Paris).
Grèce : M. C. STÉPHANOS (Athènes).
Hollande : M. J. CARDINAAL (Delft).
Hongrie : MM. M. BEKE, C. RADOS, RATZ (Budapest).
Les Britanniques : Sir George GREENHILL (Londres), Prof. E.-W. HOBSON (Cambridge), Mr. C. GODFREY (Osborne).
Italie : MM. G. CASTELNUOVO (Rome), Fr. ENRIQUES (Bologne), G. SCORZA (Palerme).
Japon : M. R. FUJISAWA (Tokio).
Mexique : M. Valentin GAMA (Observatoire de Tacuyaba).
Norvège : M. ALFSEN (Christiania).
Portugal : M. GOMES TEIXEIRA (Porto).
Roumanie : M. G. TZITZEICA (Bucarest).
Russie : MM. N. v. SONIN, KOJALOVIC, K.-W. VOGT (St-Petersbourg).
Serbie : M. Michel PETROVITCH (Belgrade).
Suède : M. H. v. KOCH (Stockholm).
Suisse : MM. H. FEHR (Genève), C.-F. GEISER (Zurich), J.-H. GRAF (Berne).

Comité central :

- Président* : M. F. KLEIN, G. R. R., professeur à l'Université de Göttingue ;
Vice-présidents : Sir G. GREENHILL, Londres, et M. D.-E. SMITH, professeur au Teachers College, Columbia University, New-York ;
Secrétaire-général : M. H. FEHR, professeur à l'Université de Genève.

APERÇU GÉNÉRAL

La Commission internationale de l'enseignement mathématique s'est réunie à Cambridge du 21 au 28 août 1912, en même temps que le V^{me} Congrès international des mathématiciens.

Ses séances ont constitué en quelque sorte le II^{me} Congrès international de l'enseignement mathématique, le I^{er} ayant été organisé par la Commission l'année précédente à Milan.

Suivant un accord intervenu entre le Comité du Congrès et le Comité central de la Commission, les séances ont été tenues en commun avec celles de la section IV *b* (enseignement).

Leur programme détaillé avait été annoncé par les principales revues dès le mois de janvier 1912, aussi furent-elles suivies non seulement par les membres de la Commission et les représentants des Sous-commissions nationales, mais encore par de nombreux congressistes venus à Cambridge pour les séances consacrées à l'enseignement mathématique.

Nous donnerons tout d'abord un aperçu général très bref de l'ensemble des séances, en suivant l'ordre chronologique, et nous le ferons suivre du compte rendu détaillé des trois séances générales. Quant aux autres séances du Congrès des mathématiciens on en trouvera un compte rendu dans l'*Enseignement mathématique* (N^o du 15 septembre 1912, p. 365 à 391), en attendant la publication des Actes du Congrès.

Mercredi 21 août, 9 heures du matin. — *Séance du Comité central.* La séance est consacrée à l'examen des différents points inscrits à l'ordre du jour des séances concernant la Commission.

Dans une *réunion préparatoire*, qui a eu lieu au commencement de juillet chez son président, M. le Prof. KLEIN, le Comité central avait déjà étudié d'une manière très approfondie l'organisation des séances de Cambridge et les travaux à entreprendre pendant la nouvelle période 1912-1916. Les Rapporteurs MM. Runge et Smith avaient été invités à prendre part à ces séances.

M. le Prof. F. Klein se voyant empêché de se rendre à Cambridge, le Comité central désigna Sir G. Greenhill pour parler au nom de la Commission dans la séance d'ouverture du Congrès, tandis que M. Smith fut chargé tout particulièrement des séances en commun avec la Section IV *b* du Congrès.

• **Mercredi 21 août**, à 3 heures. — *Séance des délégués*, sous la présidence de M. D.-E. SMITH. — M. GODFREY souhaite la bienvenue au nom des délégués anglais, puis le président passe en revue les principaux objets qui figurent à l'ordre du jour de la Réunion de Cambridge. Le secrétaire-général présente ensuite le rapport financier pour la période 1908-1912 soldant par un avoir de fr. 242,55. Sur la proposition des vérificateurs des comptes, Sir G. GREENHILL (Londres) et M. J.-W.-A. YOUNG (Chicago), les comptes sont approuvés.

Jeudi 22 août, à 10 heures du matin. — *Séance d'ouverture* du V^{me} Congrès international des Mathématiciens. Parlant au nom du Comité central, Sir G. GREENHILL, vice-président de la Commission rappelle que la Commission internationale de l'enseignement mathématique a été instituée à la suite d'une résolution du précédent congrès. Puis il indique très brièvement les résultats obtenus. Les travaux n'étant pas encore terminés dans tous les pays, le Congrès sera appelé, dans sa séance de clôture, à se prononcer sur la prolongation du mandat de la Commission.

Vendredi 23 août, à 9 h. $\frac{1}{2}$ du matin. — *Première séance de la Commission* en commun avec la Section IV b du Congrès. Présidence de MM. C. GODFREY et D.-E. SMITH.

I. M. C. GODFREY (Osborne), président de la section, ouvre la séance par des paroles de bienvenue et annonce le programme des cinq séances dont trois seront spécialement consacrées à la Commission internationale de l'enseignement mathématique. Il remet ensuite la présidence de cette première séance à M. le prof. D.-E. SMITH (New-York). En prenant possession du fauteuil de la présidence M. SMITH propose l'envoi d'un télégramme à M. le Prof. Klein pour lui exprimer les regrets de l'assemblée de ce qu'il soit empêché d'assister à la réunion et lui adresser les meilleurs vœux pour le rétablissement de sa santé. Cette proposition est adoptée par acclamations.

Sir George DARWIN, président du Congrès, annonce que de son côté, il a déjà envoyé un télégramme dans le même sens, au nom de tous les congressistes.

II. M. H. FEHR, secrétaire général de la Commission, présente ensuite le *compte rendu sommaire* concernant l'organisation des travaux de la Commission pendant l'exercice 1908-1912; on y trouvera la liste des publications des Sous-commissions nationales.

III. Présentation des publications du Comité central et des Sous-commissions nationales. Les délégués déposent les publications de leurs Sous-commissions et présentent un court rapport sur les travaux entrepris dans leur pays.

Lundi 26 août, à 3 heures. — *Deuxième séance de la Commission* en commun avec la section IV b du Congrès; présidence de Sir J. THOMSON (Cambridge).

M. le Prof. RUNGE (Göttingue) rapporte au nom de la Sous-commission B sur la préparation mathématique des physiciens à l'Université. Son rapport intitulé: *The mathematical Training of the Physicist*, avait été imprimé à l'avance par les soins du Comité central; il a donné lieu à une discussion d'un grand intérêt à laquelle ont pris part MM. P. STÄCKEL, C. BOURLET, F. ENRIQUES, Sir G. GREENHILL, A.-G. WEBSTER, E. BOREL, Sir J. LARMOR, C. BIOCHE, A.-E.-H. LOVE, E.-W. HOBSON, G.-A. GIBSON, Sir J.-J. THOMSON et C. RUNGE. En outre, des remarques nous ont encore été adressées après la séance dans une lettre de M. LANCHESTER.

Mardi 27 août, à 9 h. $\frac{1}{2}$ du matin. — *Troisième séance de la Commission* en commun avec la section IV b du Congrès; présidence de MM. R. FUJISAWA (Tokio) et C. GODFREY (Osborne).

1. *Intuition and experiment in mathematical Teaching in the Secondary Schools* (l'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes), rapport de la Sous-commission A, présenté par M. D.-E. SMITH (New-York). — La conférence ayant été imprimée à l'avance par les soins du Comité central, M. Smith peut se borner à exposer les principaux points, afin de laisser le plus de temps possible à la discussion. — Ont pris part à la discussion MM. LAISANT, THÆR, DINTZL, SIDONS, BIOCHE, LIETZMANN, v. DYCK, CARSON et GOLDZIHNER.

2. GOLDZIHNER, C. : *Bemerkungen über eine Bibliographie des mathematischen Unterrichts*. — M. D.-E. SMITH résume et complète cette communication. Il s'agit d'une publication fournissant la bibliographie concernant l'enseignement mathématique, à partir de 1900. M. Goldziher espère que la Commission voudra bien lui donner son appui. La publication serait faite sous les auspices du « Bureau of Education » de Washington. Sur la proposition de M. Smith la section IV adopte à l'unanimité une résolution par laquelle elle exprime sa reconnaissance au Bureau of Education pour l'intérêt qu'elle témoigne à cette publication.

3. *Résolution*. Sur la proposition de Sir G. Greenhill, vice-président de la Commission, l'assemblée adopte une proposition tendant à prolonger le mandat de la Commission; elle sera soumise au Congrès dans sa séance de clôture.

4. M. H. FEHR parle ensuite des travaux que le Comité central compte pouvoir entreprendre pendant la nouvelle période. Le Comité tiendra compte dans la mesure du possible des vœux qui lui seront transmis. A ce sujet MM. GARSTANG et CARSON signalent quelques sujets spéciaux sur lesquels il paraît utile de faire une enquête.

9 heures du soir. — *Séance de clôture du Congrès.* — *Résolution.* M. C. GODFREY rend compte des séances que la Commission a tenues avec la section IV *b* du Congrès. Les travaux des Sous-commissions nationales ne sont pas entièrement terminés dans tous les pays; il conviendra ensuite de faire une série d'études comparées et de mettre en discussion des questions d'une importance générale. Dans ces conditions la section IV *b* estime qu'il y a lieu de prolonger le mandat de la Commission.

M. W. v. DYCK (Munich) appuie cette proposition, il insiste sur le travail considérable accompli par la Commission avec le concours des Sous-commissions nationales. Près de 150 fascicules ou volumes, comprenant un ensemble de 280 rapports, ont été présentés vendredi à la Section IV *b*. Ils renferment des documents qui sont appelés à jouer un rôle très utile dans l'étude des progrès à réaliser dans l'enseignement mathématique. M. v. Dyck pense être l'interprète de toute l'assemblée en exprimant ses plus vifs remerciements non seulement au Comité central et aux membres de la Commission, mais aussi aux membres et aux collaborateurs des Sous-commissions nationales.

Voici le texte complet de la *résolution* proposée par la Section IV, et votée ensuite à l'unanimité des Congressistes présents :

RÉSOLUTION.

« *Le cinquième Congrès international des Mathématiciens adresse ses remerciements aux gouvernements, aux institutions et aux personnes qui ont accordé leur aide à la Commission internationale de l'Enseignement mathématique;*

« *Décide de prolonger les pouvoirs du Comité central composé de MM. F. KLEIN (Göttinge), Sir G. GREENHILL (Londres) et H. FEHR (Genève) et, suivant la requête qui lui est adressée, d'adjoindre à ce Comité M. David-Eugène SMITH (New-York);*

« *Prie les délégués de bien vouloir continuer leurs offices en s'assurant la coopération de leurs gouvernements respectifs et en poursuivant leurs travaux;*

« *Et invite la Commission à présenter un rapport ultérieur au 6^{me} Congrès international et à organiser dans l'intervalle telles réunions que les circonstances lui dicteront.* »

Texte allemand : « *Der fünfte Internationale Mathematiker Kongress zu Cambridge bringt allen Regierungen, Körperschaften und Personen, die die Arbeiten der in Rom eingesetzten Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission unterstützt haben, den wärmsten Dank zum Ausdruck und beschliesst :*

« *Dass das Zentralkomitee (KLEIN, GREENHILL, FEHR) weiter be-*

stehe und durch Herrn D. E. SMITH (New-York) erweitert werde;

« *Dass die Delegierten gebeten werden, die Unterstützung ihrer Regierungen weiter zu sichern und das Unternehmen zu fördern;*

« *Und dass die Kommission dem nächsten Internationalen Mathematiker-Kongress erneut berichte und inzwischen ihm nötig scheinende Zusammenkünfte veranstalte.* »

Texte anglais : The following resolution is transmitted to the Congress with the unanimous support of the International Commission on the Teaching of Mathematics, and of Section IV^b, and with the request that it be adopted.

« *Resolved :* That the Congress expresses its appreciation of the support given to its Commission on the Teaching of Mathematics by various governments, institutions, and individuals;

« *That the Central Committee composed of F. KLEIN (Göttingen), Sir G. GREENHILL (London) and H. FEHR (Geneva) be continued in power and that, at its request, David Eugene SMITH (New-York) be added to its number;*

« *That the Delegates be requested to continue their good offices in securing the cooperation of their respective governments, and in carrying on the work;*

« *And that the Commission be requested to make such further report at the Sixth International Congress, and to hold such conferences in the meantime, as the circumstances warrant.* »

Texte italien : La Commissione internazionale dell'insegnamento matematico e la Sezione IV^b hanno approvato all'unanimità il seguente voto, che viene trasmesso al Congresso, colla preghiera di volerlo accogliere :

« *Si delibera che il Congresso esprima la sua riconoscenza per il contributo dato alla Commissione dell'insegnamento matematico dai varii Governi, Istituti e persone;*

« *Che il comitato Centrale (KLEIN, GREENHILL, FEHR) resti in carica e che David Eugene SMITH (New-York) venga aggiunto agli altri tre membri;*

« *Che i Delegati siano invitati a continuare i loro buoni uffici nell'assicurare la cooperazione dei rispettivi governi e nel prestare la loro opera;*

« *E che la Commissione sia invitata a presentare al sesto Congresso internazionale le nuove relazioni che essa riterrà utili e a tenere nell'intervallo di tempo quelle riunioni che giudicherà opportune.* »

PREMIÈRE SÉANCE

Vendredi 23 août, à 9 heures et demie du matin.

Présidence de MM. GODFREY (Osborne) et D.-E. SMITH (New-York).

Ordre du jour :

- I. Discours d'ouverture.
- II. La Commission internationale de l'Enseignement mathématique pendant l'exercice 1908-1912. Compte rendu sommaire, suivi de la liste des publications, par M. H. FEHR, secrétaire-général de Commission.
- III. Présentation des publications concernant la Commission.

I. DISCOURS D'OUVERTURE

M. C. GODFREY, président de la Section IV *b*, ouvre la séance en adressant la bienvenue aux assistants. Voici le principal passage de son allocution :

« After the words of welcome spoken by Sir George Darwin yesterday, no further words of mine should be needed to make our visitors from abroad feel that they are « at home » among us. But it is fitting that I should avail myself of this occasion to offer to our visitors a very special welcome on behalf of the Mathematical teachers of this country. We Mathematical teachers welcome you, first because we are glad to have you with us and because we are glad to have the opportunity of making new friendships. We welcome you for another reason — because there is much that we can learn from you in the exercise of our craft. M. Bourlet has expressed the opinion that it is futile to transplant the teaching methods of one country into another, and to expect that these methods will always flourish in a new environment. I agree with his remarks ; but I repeat that we have much to learn from you, and I assure you that many of us propose so to learn.

» It is a matter of deep regret to all of us that our natural leader, Professor Klein, is unable to be present at this Congress. I will not anticipate the resolution of regret that Sir George Darwin will submit to you. For myself, I have done my best to acquaint myself with Professor Klein's views on Mathematical teaching, with which I am strongly in sympathy. If I may try to characterize in mathematical language the leading motif of the movement of which Professor Klein is the head, it is this — that mathematical teaching is a function of two variables : the one variable is the subject-matter of mathematics, the other variable

is the boy or girl to whom the teaching is addressed ; the neglect of this second variable is at the root of most of the errors that Professor Klein combats.

» I learn from a letter addressed to Sir George Darwin that there is one matter which interests Professor Klein greatly and that he would have desired to call the attention of the Subsection to it. It is the publication of the Encyclopaedic work *Die Kultur der Gegenwart* which is in course of compilation. This work will consist of a series of volumes in which every branch of culture is explained by experts in non technical language, so that the articles will be within the reach of the reader of general education. This undertaking does not, it is true, appertain to education in the narrower sense of the word, but it does not seem too great an extension of the word to regard it as belonging to our special division. Professor Klein remarks in his letter that it was a matter of much difficulty to determine how so specialised a subject as mathematics could be made a suitable one for memoirs of the general character described, but he is glad to say that a good beginning has been made by Professor Zeuthen of Copenhagen in an article on the Mathematics of Classical times and of the Middle Ages. Those who are interested in this will be able to see copies of the article in the Exhibition.

» The meeting will now be asked to receive the report of the International Commission, and I hope that I shall be allowed to delegate my duties as Chairman to Professor D. E. SMITH, to whose initiative the creation of the International Commission is due. »

ALLOCUTION DE M. DAV.-EUG. SMITH.

« As has already been mentioned Professor Klein, to whose great energy and wisdom the success of the International Commission on the Teaching of Mathematics is largely due, is unable to be present, on account of illness. It was my privilege to propose to the delegates at our meeting on Wednesday the sending of a telegram to Professor Klein, and I now propose the same message to Section IV, as follows : « The International Commission on the Teaching of Mathematics, and Section IV, at their first Cambridge meeting express regret at your absence and best wishes for your recovery¹. »

« The Commission was organized for the purpose of reporting upon the present status of the teaching of mathematics in the various countries of the world. Special sub-committees have also been appointed from time to time to consider questions of inter-

¹ By unanimous vote the telegram was duly sent.

national rather than merely national interest. About one hundred and fifty reports on the work done in the various countries have been prepared, and at least fifty more are in contemplation. A world-wide interest in the improvement of mathematical teaching has been awakened, and the influence of the movement is certain to be very far-reaching.

« Nine countries have completed the task set for themselves. In chronological order of completion these countries are Sweden, Holland, France, Switzerland, Austria, Japan, the United States of America, the British Isles and Denmark. In process of publication is the monumental work of Germany, with twenty-five out of thirty-six reports already printed, and the reports of Hungary, Italy, Roumania, Spain and Russia. In contemplation are the reports of Greece, Norway, Australia, Portugal, Serbia and doubtless of several other countries.

« As to the future work of the Commission, the Central Committee earnestly desires that it be authorized to see to the completion of the reports. It is therefore very desirable that it be continued in power, both for this purpose and for the consideration of certain questions of great international significance. Such topics as the proper training of engineers, of calculus in the secondary schools, of the general value of intuition in the teaching of mathematics, of the training of teachers, and of the educational (cultural, disciplinary, non-technical) value of mathematics, may properly occupy the attention of the Commission in the next four years. Special conferences having already been held at Bruxelles and Milano, it is proposed, if the Committee is continued in power, to hold, others between now and the time of the meeting of the Congress of 1916, if that shall be the date. Possibly such conferences may be held in France in 1914, in Germany in 1915, and in Stockholm in 1916.

« It is also hoped that each country will prepare a summary of the large features of the reports of other countries, to the end that the work that has been accomplished may have its full effect. It is further hoped that the various countries will continue the financial support that has been given to the Central Committee in the past.

« A word should be said at this time in memory of those distinguished teachers who have been connected with the movement, but who have been called from their labours to solve the Great Problem. Soon after the last Congress adjourned, Professor Vailati of Rome, a distinguished writer and an accomplished scholar, passed away. Scarcely in his full prime of life, his loss is felt not by Italy alone but by all who appreciate scholarship and high educational standards. Professor Bovey, President of the Imperial Technical College at South Kensington, and who

was charged with the labour of reporting for Canada, has also been called from us. In his death the world lost a scholar and an administrator of prominence. And as he was planning to attend this Congress, four weeks ago to-day, Geheimrat Professor P. Treutlein of Karlsruhe, passed suddenly away. In his death Germany lost one of her foremost educators, and the International Commission one of its best supporters. »

II. — LA COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE DE 1908 A 1912

Rapport présenté à la séance du vendredi 23 août 1912

par

H. FEHR

Secrétaire-général de la Commission.

COMPTE RENDU SOMMAIRE

A. — Introduction.

La Commission internationale de l'Enseignement mathématique a été instituée par le 4^e Congrès international des mathématiciens tenu à Rome du 6 au 11 avril 1908. Dans sa séance du 11 avril le Congrès adopta la résolution¹ suivante :

« *Le Congrès ayant reconnu l'importance d'un examen comparé des méthodes et des plans d'études de l'enseignement mathématique dans les écoles secondaires des différentes nations, confie à MM. KLEIN, GREENHILL et FEHR, le mandat de constituer une Commission internationale qui étudiera ces questions et présentera un rapport d'ensemble au prochain Congrès.* »

¹ Cette résolution fut proposée par la section *Philosophie, Histoire et Enseignement*, à la suite d'une série de rapports sur l'enseignement mathématique dans les principaux pays. Sur l'initiative de M. le prof. Dav.-Eug. SMITH, auteur du rapport concernant les États-Unis, elle décida de soumettre au Congrès une résolution tendant à créer une Commission internationale chargée de faire une étude d'ensemble des progrès de l'enseignement mathématique dans les différentes nations. Cette proposition avait déjà été formulée par le savant professeur de New-York, en 1905, dans sa réponse à une enquête sur les « réformes à accomplir » entreprise par M. H. FEHR dans la Revue internationale *L'Enseignement mathématique* Vol. VII, 1905, (p. 469).

Le comité de trois membres désigné par le Congrès a pris le nom de *Comité central*; il s'est constitué de la manière suivante :

Président : M. le Prof. F. Klein, G. R. R., Göttingue.

Vice-président : Sir George Greenhill, F. R. S., Londres.

Secrétaire-général : M. le Prof. H. Fehr, Genève.

Dans une réunion tenue à Cologne, en septembre 1908, le Comité central établit le *Rapport préliminaire* destiné à renseigner les délégués sur l'organisation de la Commission et à leur fournir des indications générales concernant le plan des travaux.

Il convient de rappeler ici les principaux points qui ont servi de base à l'organisation de la Commission et à l'élaboration des nombreux travaux rédigés dans les principaux pays.

B. — Organisation de la Commission.

I. — LES DÉLÉGATIONS.

a) La Commission est formée par des délégués représentant les pays qui ont pris part au moins à deux des Congrès internationaux des mathématiciens avec une moyenne d'au moins deux membres. Chacun de ces pays a droit à un délégué. Les pays qui ont eu une moyenne d'au moins dix représentants peuvent avoir deux ou trois délégués. Dans les votations et les discussions de la Commission, chaque pays n'a cependant qu'une voix.

Les pays, dits *pays participants*, appelés à prendre part aux travaux de la Commission, sont les suivants :

Allemagne (3 délégués).	Iles britanniques (3).
Autriche (3).	Italie (3).
Belgique (1).	Japon (1).
Danemark (1).	Norvège (1).
Espagne (1).	Portugal (1).
Etats-Unis d'Amérique (3).	Roumanie (1).
France (3).	Russie (3).
Grèce (1).	Suède (1).
Hollande (1).	Suisse (3).
Hongrie (3).	

Les pays qui ne répondent pas aux conditions ci-dessus, mais qui par leurs institutions peuvent contribuer aux progrès de la science, ont été invités à se faire représenter par un délégué qui suivrait les travaux de la Commission, sans toutefois prendre part aux votations.

Ces pays sont dits *pays associés*; le Comité central s'est adressé aux pays suivants :

Argentine (Rép.).	Colonie du Cap.
Australie.	Egypte.
Brésil.	Indes anglaises.
Bulgarie.	Mexique.
Canada.	Pérou.
Chili.	Serbie.
Chine.	Turquie.

et il a pu obtenir des représentants pour l'Australie, le Canada, la Colonie du Cap, le Mexique et la Serbie. Des pourparlers se poursuivent pour quelques Etats, et nous espérons qu'à l'occasion du Congrès de Cambridge il sera possible de les faire aboutir définitivement¹.

Voici la liste des membres de la Commission qui ont fonctionné pendant la période de quatre ans qui s'est écoulée entre les deux Congrès.

Délégués des pays participants :

Allemagne : MM. F. KLEIN (Göttingue), P. STÆCKEL (Carlsruhe), P. TREUTLEIN (Carlsruhe).

Autriche : MM. E. CZUBER, W. WIRTINGER, R. SUPPANTSCHITSCH.

Belgique : M. J. NEUBERG (Liège).

Danemark : M. P. HEEGAARD (Copenhague).

Espagne : M. Z.-G. de GALDEANO (Saragosse).

Etats-Unis : MM. Dav.-Eug. SMITH (New-York), W. OSGOOD (Cambridge, Mass.), J.-W.-A. YOUNG (Chicago).

France : MM. A. de SAINT-GERMAIN, C.-A. LAISANT et C. BOURLET.

Grèce : M. C. STÉPHANOS (Athènes).

Hollande : M. J. CARDINAAL (Delft).

Hongrie : MM. M. BEKE, C. RADOZ, RATZ (Budapest).

Iles Britanniques : Sir George GREENHILL, Prof. E.-W. HOBSON, Mr. C. GODFREY.

Italie : MM. G. CASTELNUOVO (Rome), Fr. ENRIQUES (Bologne), G. SCORZA (Palerme).

Japon : M. R. FUJISAWA (Tokio).

Norvège : M. ALFSEN (Christiania).

Portugal : M. GOMES TEIXEIRA (Porto).

Roumanie : M. G. TZITZEICA (Bucarest).

Russie : MM. N. v. SONIN, KOJALOVIC, K. W. VOGT (St-Pétersbourg).

Suède : M. H. v. KOCH (Stockholm).

Suisse : MM. H. FEHR (Genève), C.-F. GEISER (Zurich), J.-H. GRAF (Berne).

¹ Pendant le Congrès, le Comité central a enregistré l'adhésion du Brésil, représenté par M. E. R. GABAGLIA (Rio de Janeiro) et de la Bulgarie, représentée par M. A.-v. SOUREK (Sofia).

Délégués des pays associés :

Australie : M. CARSLAW (Sidney) ; suppléant en Europe : Prof. BRAGG (Leeds).

Canada : M. BOVEY (Londres).

Colonie du Cap : M. HOUGH (Capetown).

Mexique : M. Valentin GAMA (Tacuyaba).

Serbie : M. Michel PETROVITCH (Belgrade).

Décès. — La Commission a eu le regret d'enregistrer les décès de trois de ses membres. Ce fut d'abord M. G. VAILATI, l'un des délégués italiens, qui a été remplacé par M. SCORZA (Palerme). Puis au cours de la présente année elle a été privée du concours de M. BOVEY, recteur du Collège Impérial technique de South-kensington à Londres qui s'était spécialement chargé de nous renseigner sur l'enseignement mathématique au Canada et de M. P. TREUTLEIN, G. H. R., membre de la délégation allemande ; celle-ci perd en lui un collaborateur très actif et fort apprécié pour ses ouvrages didactiques. M. Treutlein est décédé subitement le 26 juillet dernier à l'âge de 67 ans. Sur la proposition de la Société mathématique allemande, le Comité central l'a remplacé dans la Commission par M. le Prof. D^r A. THÆR (Hambourg).

Démission. — M. le Prof. Z.-G. DE GALDEANO (Saragosse) a désiré se retirer de la Commission à la fin de cette première période. Le Comité central lui a exprimé ses vifs remerciements pour tout l'intérêt qu'il n'a cessé de témoigner à la Commission. M. C. J. RUEDA (Madrid) a été désigné comme délégué espagnol.

II. — SOUS-COMMISSIONS NATIONALES.

Les différentes délégations ont été invitées à s'adjoindre des Sous-commissions nationales, comprenant des représentants des divers degrés de l'enseignement mathématique dans les établissements d'instruction générale ou dans les écoles techniques ou professionnelles. Ces Sous-commissions ont apporté un concours très précieux aux délégués pour la préparation des rapports. C'est à leurs membres que l'on doit en grande partie les nombreuses publications qui ont été entreprises sur l'initiative de la Commission.

III. — DISPOSITIONS FINANCIÈRES.

Le 4^{me} Congrès international n'ayant fourni aucun subside les gouvernements des *pays participants* ont été invités à mettre à la disposition de leur délégation une somme permettant de couvrir entièrement les frais de la délégation et de la sous-commission nationale et de contribuer aux frais généraux de la Commission.

Pour subvenir aux frais généraux de la Commission (comprenant notamment les frais du secrétariat-général et du Comité central), il a été constitué un fonds formé par des contributions annuelles de cent francs par *pays participant*.

IV. — ORGANE OFFICIEL DE LA COMMISSION.
PUBLICATION DES RAPPORTS DES SOUS-COMMISSIONS.

La Revue internationale *L'Enseignement mathématique*, dirigée par MM. LAISANT et FEHR, sert d'organe à la Commission. Elle publie les Rapports du Comité central et rend régulièrement compte des travaux de la Commission et des Sous-commissions.

Les Sous-commissions publieront leurs rapports suivant leur propre convenance. Le Comité central a toutefois exprimé le désir que ces rapports soient imprimés suivant le format de *L'Enseignement mathématique* et que les délégations des divers pays en adressent 75 exemplaires au secrétariat-général qui les fait distribuer aux membres de la Commission.

V. — LANGUES OFFICIELLES.

La correspondance et les rapports doivent être rédigés dans l'une des quatre langues admises aux Congrès internationaux des mathématiciens, au gré des auteurs. Ces langues sont : l'allemand, l'anglais, le français et l'italien.

C. — Objet des travaux de la Commission.

Dans le texte même de la résolution du Congrès de Rome, il n'est question que de l'enseignement mathématique dans les écoles secondaires. Mais étant donné que le but de ces écoles et la durée de leurs études sont très variables d'un Etat à un autre, le Comité central a jugé utile de faire porter son travail sur l'ensemble du champ d'instruction mathématique depuis la première initiation jusqu'à l'enseignement supérieur. En outre il ne s'est pas borné aux établissements d'instruction générale conduisant à l'Université, mais il a également fait étudier l'enseignement mathématique dans les écoles techniques ou professionnelles. Ces établissements ont en effet une importance croissante ; il y avait donc lieu d'accorder une attention toute spéciale à l'enseignement mathématique qui s'y donne.

Le Comité central a donc entrepris une étude d'ensemble de l'enseignement mathématique dans les différents types d'écoles et à ses divers degrés. Il s'agit d'une *étude objective destinée à présenter l'état actuel et les tendances modernes de cet enseignement*. Comme on l'a dit dans les Réunions de Bruxelles et de

Milan, la Commission ne cherche nullement à uniformiser l'enseignement mathématique, mais avant tout à mettre en lumière les tendances modernes. La Commission ne peut et ne veut rien imposer, mais ses travaux permettront aux professeurs de savoir ce qui se fait dans les nations voisines et ils les renseigneront aussi sur l'organisation de son propre pays. La comparaison des documents et l'étude des expériences faites ailleurs contribueront à réaliser de nouveaux progrès dans tous les domaines de l'enseignement mathématique.

Le plan général des travaux élaboré par le Comité central était destiné à servir de guide aux délégués et aux membres des Sous-commissions nationales, afin de leur donner des indications sur les principaux points à prendre en considération. Toutefois, en raison de la diversité même de l'organisation dans les différents pays, il n'était pas possible d'imposer un plan unique, s'adaptant à la fois aux conditions des divers pays. La plus grande liberté a donc été laissée aux rapporteurs.

Voici les titres des principaux objets signalés dans le Rapport préliminaire :

PREMIÈRE PARTIE : *Etat actuel de l'organisation et des méthodes de l'instruction mathématique.* — I. Les divers types d'écoles. — II. But de l'instruction mathématique et branches d'enseignement. — III. Les examens. — IV. Les méthodes d'enseignement. — V. Préparation des candidats à l'enseignement.

DEUXIÈME PARTIE : *Les tendances modernes de l'enseignement mathématique.* — I. Les idées modernes concernant l'organisation scolaire. — II. Les tendances modernes concernant le but de l'enseignement et les branches d'études. — III. Les examens. — IV. Les méthodes d'enseignement. — V. La préparation des candidats à l'enseignement. — Remarque générale.

Les rapports sommaires que présenteront les délégués en déposant leurs publications indiqueront les points caractéristiques des travaux des Sous-commissions nationales.

D. — Séances du Comité central et de la Commission.

Le Comité central s'est réuni pour la première fois à Cologne, en septembre 1908; puis à Carlsruhe, au commencement d'avril 1909; à Bâle, fin décembre 1909; à Bruxelles en août 1910; à Milan en septembre 1911 et enfin dans les premiers jours de juillet à Hahnenklee, dans le Harz, auprès de son président, que des raisons de santé empêchent malheureusement d'assister au Congrès de Cambridge. Son absence sera vivement regrettée non seulement par les membres de la Commission, mais par tous les Congressistes.

En outre de nombreux pourparlers ont eu lieu entre le Secrétaire-général et les membres de la Commission.

Réunion de Bruxelles (9-10 août 1910). — Le Comité central a saisi l'occasion de l'Exposition universelle de Bruxelles pour organiser une réunion partielle de la Commission, à laquelle elle avait tout particulièrement invité les délégués des pays voisins. Son appel a rencontré le meilleur accueil auprès de la plupart des délégations. Onze pays se trouvaient représentés par plus de trente membres des sous-commissions nationales. Nous nous bornons à rappeler ici la brillante conférence de M. C. BOURLET (Paris) sur la pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire. Elle a été reproduite *in extenso* dans le Compte rendu détaillé¹ publié par le Secrétaire-général dans la *Circulaire n° 3*, qui comprend en outre un résumé des conférences organisées à l'exposition du 11-16 août 1910.

Réunion de Milan (18-21 septembre 1911). — La Commission a tenu sa première réunion plénière² à Milan, en septembre 1911. En dehors des séances du Comité central et des Commissions spéciales, la réunion qui, en réalité, avait pris l'ampleur d'un véritable congrès international de l'enseignement mathématique, comprenait quatre séances, dont la première était consacrée à la présentation des rapports des Sous-commissions nationales. Pour les deux séances suivantes, le Comité central a estimé qu'il était utile de concentrer le débat sur deux questions importantes concernant l'une l'enseignement moyen, l'autre l'enseignement supérieur. Les questions mises à l'ordre du jour à Milan étaient les suivantes :

A. I. Les mathématiques dans l'enseignement moyen : *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réelles, etc.), de l'exposé systématique des mathématiques ?* II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.* — Rapport de la Sous-commission A; rapporteurs MM. CASTELNUOVO et BIOCHE. — Discussion.

B. *L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles* — Rapport de la Sous-commission B; rapporteur : M. TIMERDING. — Discussion.

Mentionnons également la séance générale publique avec les belles conférences de M. le sénateur COLOMBO et de M. le Prof. F. ENRIQUES.

A la suite de l'extension considérable qu'ont pris ses travaux la Commission ne voit pas la possibilité de donner à Cambridge une étude comparée des différents rapports nationaux. Pour plusieurs pays les rapports ne sont du reste pas encore terminés. Dans sa réunion de Milan la Commission a donc estimé nécessaire de

¹ Voir l'*Ens. mathém.* du 15 septembre 1910.

² Le compte rendu détaillé fait l'objet de la *Circulaire n° 5* (75 p.), *Ens. math.* du 15 nov. 1911.

soumettre au V^{me} Congrès une proposition tendant à renouveler son mandat jusqu'au congrès suivant.

Réunion de Cambridge (août 1912) et réunions ultérieures. — Les séances de la Commission ont été organisées sur le même plan que celles de Milan. Comme suite à la *question A*, l'ordre du jour comprend une discussion sur « *l'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes* » (rapporteur : M. D.-E. SMITH). Tandis que pour la *question B* il convenait, après la discussion générale de Milan, de se limiter plus particulièrement à « *la préparation mathématique des physiciens* » (rapporteur : M. C. RUNGE).

Au cas où le mandat de la Commission serait prolongé, le Comité central aborderait ensuite l'étude d'autres questions d'une importance fondamentale; elles seraient discutées dans des réunions à placer entre le 5^{me} et 6^{me} Congrès international. Il apportera notamment une attention toute spéciale à la préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques.

E. — Publications concernant la Commission.

Grâce au concours dévoué des membres des Sous-commissions nationales, la Commission se trouve en possession d'un ensemble de documents fort précieux. Si nous nous bornons aux rapports proprement dits sur l'enseignement mathématique dans les différents pays, leur nombre dépasse 280, répartis sur plus de 150 fascicules ou volumes et représentant actuellement un ensemble de plus de 9000 pages in-8°.

Nous donnons ci-après la liste complète des publications parues jusqu'à ce jour ou actuellement en préparation.

Les rapports sont terminés dans les pays suivants : Suède, Hollande, France, Suisse, Autriche, Japon, Etats-Unis, Iles britanniques, Danemark (9 pays).

Sont en cours de publication les rapports concernant l'Allemagne, la Belgique, l'Espagne, la Hongrie, l'Italie, la Norvège, la Roumanie et la Russie (8 pays).

Dans d'autres Etats, il se prépare également des rapports. Nous pouvons déjà mentionner l'Australie, où notre délégué M. H. C. CARSLAW, a entrepris une étude sur les mathématiques dans les écoles moyennes et dans l'enseignement supérieur.

Cette vaste enquête sur l'état actuel et les tendances modernes de l'enseignement mathématique une fois terminée, il s'agira d'en tirer parti en la faisant connaître au corps enseignant et aux autorités intéressées. Dans une étude comparée de différents rapports qui les concernent, les conférences ou sociétés de professeurs examineront les vœux et conclusions à transmettre aux autorités respectives, dans le but de faire progresser l'enseignement des mathématiques.

ANNEXE

LISTE DES PUBLICATIONS DU COMITÉ CENTRAL ET DES SOUS-COMMISSIONS NATIONALES

PUBLICATIONS DU COMITÉ CENTRAL

PUBLICATIONS DU COMITÉ CENTRAL, 1^{re} série : 1908 à 1911, rédigées par H. FEHR, Secrétaire-général de la Commission. — 1 vol. de 200 p.; 5 fr., Georg & Cie, Genève.

Elles comprennent :

1. *Rapport préliminaire* sur l'organisation de la Commission et le plan général de ses travaux (*Ens. math.*, n° de nov. 1908). [16 p.]
2. *Circulaire n° 1* : Constitution de la Commission. — Sous-commissions nationales (*E. M.*, n° de mai 1909). [12 p.]
3. *Circulaire n° 2* : Nouveaux membres. — Sous-commissions nationales. — Etat des travaux au commencement de 1910 (*E. M.*, mars 1910). [16 p.]
4. *Circulaire n° 3* : Réunion de Bruxelles. Compte rendu des séances de la Commission et des conférences sur l'enseignement scientifique et sur l'enseignement technique moyens faites à Bruxelles du 10 au 16 août. Conférence de M. C. BOURLET sur la pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire (*E. M.*, n° de sept. 1910). [63 p.]
5. *Circulaire n° 4* : Etat des travaux au 1^{er} mars 1911 (*E. M.*, mars 1911). [16 p.]
6. *Circulaire n° 5* : Compte rendu du Congrès tenu à Milan du 18-21 septembre 1911 (*E. M.*, n° de nov. 1911). [75 p.] :
Rapport de la Sous-commission A : 1. la question de la rigueur dans l'enseignement moyen; 2. la fusion des différentes branches mathématiques. Rapporteurs : MM. CASTELNUOVO et BLOCHE. — Annexe : Note de M. YOUNG (Chicago).
Rapport de la Sous-commission B : L'enseignement mathématique destiné aux étudiants en sciences physiques, en sciences naturelles, etc. Rapporteur : M. TIMERDING.
Sull'insegnamento matematico nelle scuole per gli ingegneri. Par le Prof. COLOMBO.
Mathématiques et Théorie de la connaissance. Par le Prof. F. ENRIQUES.

SOUS-COMMISSIONS NATIONALES

ALLEMAGNE

A. Berichte und Mitteilungen

veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission. Herausgegeben von W. LIETZMANN. In zwanglosen Heften. gr. 8. Steif geh. (B. G. Teubner, Leipzig).

I. FEHR, H., Vorbericht über Organisation und Arbeitsplan der Kommission. Deutsche Uebersetzung von W. LIETZMANN. [S. 1-10.] 1909. M. —.30.

II. NOODT, G., Ueber die Stellung der Mathematik im Lehrplan der höheren Mädchenschule vor und nach der Neuordnung des höheren Mädchenschulwesens in Preussen. [S. 11-32.] 1909. M. —.80.

III. KLEIN, F., und H. FEHR, Erstes Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN. [S. 33-38.] 1909. M. —.20.

IV. KLEIN, F., und H. FEHR, Zweites Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN, sowie P. ZÜHLKE, Mathematiker und Zeichenlehrer im Linearzeichnenunterricht der preussischen Realanstalten. [S. 39-54.] 1910. M. —.50.

V. LIETZMANN, W., Die Versammlung in Brüssel. Nach dem von H. FEHR verfassten dritten Rundschreiben des Hauptausschusses. [S. 55-74.] 1911. M. —.60.

VI. FEHR, H., Viertes Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN. [S. 75-88.] 1911. M. —.50.

VII. LIETZMANN, W., Der Kongress in Mailand vom 18. bis 20 Sept. 1911, sowie SCHIMMACK, R., Ueber die Verschmelzung verschiedener Zweige des mathematischen Unterrichts. [S. 89-126.] 1912. M. 1.60.

B. Abhandlungen

über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission. Herausgegeben von F. KLEIN. — 5 Bände, in einzeln käuflichen Heften. gr. 8. Steif geh. (B. G. Teubner, Leipzig).

ERSTER BAND — Die höheren Schulen in Norddeutschland. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. Heft : LIETZMANN, W., Stoff und Methode im mathematischen Unterricht der norddeutschen höheren Schulen auf Grund der vorhandenen Lehrbücher. [XII u. 102 S.] 1909. M. 2.—.

2. Heft : LIETZMANN, W., Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preussen. Mit 18 Figuren. [VIII u. 204 S.] 1910. M. 5.—.

3. Heft : LOREY, W., Staatsprüfung und praktische Ausbildung der Mathematiker an den höheren Schulen in Preussen und einigen norddeutschen Staaten. [V. u. 118 S.] 1911. M. 3.20.

4. Heft : THAER, A., N. GEUTHER und A. BÖTTGER, Der mathematische Unterricht an den Gymnasien und Realanstalten der Hansestädte, Mecklenburgs und Oldenburgs. [VI u. 93 S.] 1911. M. 2.—.

5. Heft : SCHRÖDER, J., Die neuzeitliche Entwicklung des mathematischen Unterrichts und den höheren Mädchenschulen, insbes. in Norddeutschland. (Unter der Presse.)

ZWEITER BAND — Die höheren Schulen in Süd- und Mitteldeutschland. Mit einem Einführungswort von P. TREUTLEIN.

1. Heft : WIELEITNER, H., Der mathematische Unterricht an den höheren Lehranstalten sowie die Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte im Königreich Bayern. Mit einem Einführungswort von P. TREUTLEIN. [XII u. 85 S.] 1910. M. 2.40.

2. Heft : WITTING, A., Der mathematische Unterricht an den Gymnasien und Realanstalten nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Königreich Sachsen. [XII u. 78 S.] 1910. M. 2.20.

3. Heft : GECK, E., Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Königreich Württemberg. [IV u. 104 S.] 1910. M. 2.60.

4. Heft : CRAMER, H., Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Grossherzogtum Baden. [IV u. 48 S.] 1910. M. 1.60.

5. Heft : SCHNELL, H., Der mathematische Unterricht an den höh. Schulen nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Grossherzogtum Hessen. [VI u. 51 S.] 1910. M. 1.60.

6. Heft : HOSSFELD, Der mathematische Unterricht an den Gymnasien und Realanstalten Thüringens nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren. [IV u. 18 S.] 1912. M. 0.80.

7. Heft : WIRZ, J., Der mathematische Unterricht an den höheren Knabenschulen sowie die Ausbildung der Lehramtskandidaten in Elsass-Lothringen. [VI u. 58 S.] 1911. M. 1.80.

DRITTER BAND — Einzelfragen des höheren mathematischen Unterrichts. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. Heft : SCHIMMACK, R., Die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN. [VI u. 146 S.] 1911. M. 3.60.

2. Heft : TIMERDING, H. E., Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. Mit 22 Figuren. [VI u. 112 S.] 1910. M. 2.80.

3. Heft : ZÜHLKE, P., Der Unterricht im Linearzeichnen und in der darstellenden Geometrie an den deutschen Realanstalten. Mit 14 Figuren. [IV u. 92 S.] 1911. M. 2.60.

4. Heft : HOFFMANN, B., Mathematische Himmelskunde und niedere Geodäsie an den höheren Schulen. Mit 9 Figuren. [VI u. 68 S.] 1912. M. 2.—.

5. Heft : TIMERDING, H. E., Die kaufmännischen Aufgaben im mathematischen Unterricht der höheren Schulen. Mit 5 Figuren im Text. [IV u. 45 S.] 1911. M. 1.60.

6. Heft : GEBHARDT, M., Die Geschichte der Mathematik im mathematischen Unterrichte der höheren Schulen Deutschlands, dargestellt vor allem auf Grund alter und neuer Lehrbücher und der Programmabhandlungen höherer Schulen. [VII u. 157 S.] 1912. M. 4.80.

7. Heft : WERNICKE, A., Mathematik und Philosophische Propädeutik. [VII u. 138 S.] 1912. M. 4.

8. Heft: KATZ, D., Psychologie und mathematischer Unterricht. (In Vorbereitung.)

9. Heft: LOREY, W., Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten. (In Vorbereitung.)

VIERTER BAND — **Die Mathematik an den technischen Schulen.** Mit einem Einführungswort von P. STÄCKEL.

1. Heft: GRÜNBAUM, H., Der mathematische Unterricht an den mittleren technischen Fachschulen der Maschinenindustrie. Mit einem Einführungswort von P. STÄCKEL. [XII u. 99 S.] 1910. M. 2.60.

2. Heft: OTT, Karl, Die angewandte Mathematik an den technischen Mittelschulen der Maschinenindustrie. (Unter der Presse.)

3. Heft: GIRNDT, M., Der mathematische Unterricht an den Baugewerkschulen. (In Vorbereitung.)

4. Heft: SCHILLING, C., und MELDAU, H., Der mathematische Unterricht an den deutschen Navigationsschulen. [VI. u. 82 S.] 1912. M. 2.—

5. Heft: TROST, Die mathematischen Fächer an den gewerblichen Fortbildungsschulen. (In Vorbereitung.)

6. Heft: PENNDORF, B., Rechnen und Mathematik im Unterricht der kaufmännischen Lehranstalten. [VI u. 100 S.] 1912. M. 3.—

7. Heft: JAHNKE, E., Die Mathematik an Hochschulen für besondere Fachgebiete. [VI. u. 55 S.] 1911. M. 1.80.

8. Heft: FURTWÄNGLER, Ph., Die mathematische Ausbildung der Landmesser. (In Vorbereitung.)

9. Heft: STÄCKEL, P., Die mathematische Ausbildung der Architekten, Chemiker und Ingenieure an den deutschen Hochschulen. (In Vorbereitung.)

FÜNFTER BAND — **Der mathematische Elementarunterricht und die Mathematik an den Lehrerbildungsanstalten.** Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. Heft: LIETZMANN, W., Stoff und Methode des Rechenunterrichts in Deutschland. Ein Literaturbericht. Mit 20 Figuren im Text. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN. [VII u. 125. S.] 1912. M. 3.—

2. Heft: LIETZMANN, W., Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts in Deutschland. Ein Literaturbericht. Mit 38 Figuren im Text. [VIII u. 88 S.] 1912. M. 2.80

3. Heft: Der mathematische Unterricht an den Volksschulen und Lehrerbildungsanstalten Süddeutschlands mit einem Einführungswort von P. TREUTLEIN und mit den Einzelabhandlungen von H. HENSING über die Verhältnisse in Hessen, von E. GECK über Württemberg, von H. CRAMER über Baden, von KERSCHENSTEINER und BOCK über Bayern. [XIV u. 163 S.] 1912. M. 5.

4. Heft: DRESSLER, H., Der mathematische Unterricht an den Volksschulen und Lehrerbildungsanstalten in Sachsen und Thüringen. (In Vorbereitung.)

5. Heft: UMLAUF, K., Der mathematische Unterricht an den Seminaren und Volksschulen der Hansestädte. (In Vorbereitung.)

6. Heft: LIETZMANN, W., Die Organisation der Volksschulen, gehobenen Volksschulen, Präparandenanstalten, Seminare usw. in Preussen (In Vorbereitung.)

AUTRICHE

Berichte über den mathematischen Unterricht in Oesterreich. Veranlasst durch die internationale mathematische Unterrichtskommission. Heraus-

gegeben von E. CZUBER, W. WIRTINGER, R. SUPPANTSCHITSCH, E. DINTZL. (Alfred Hölder, Wien). 1912.

Heft 1. — Begleitwort, von E. CZUBER.

Realschulen von F. BERGMANN.

Volks- und Bürgerschulen von K. KRAUS. — (V u. 81 S.; 1 M. 80.)

Heft 2. — Bildungsanstalten für Lehrer und Lehrerinnen von Th. KONRATH. Höhere Handelsschulen von M. DOLINSKI.

Höhere Forstlehranstalt Reichstadt von M. ADAMICKA. — (52 p.; 1 M. 20.)

Heft 3. — Gymnasien von E. DINTZL. — (VIII-78 p.; 1 M. 80.)

Heft 4. — Mädchenlyzeen von Th. KONRATH.

Die praktische Vorbildung für das höhere Lehramt in Oesterreich von J. LOOS.

Gewerbliche Lehranstalten von W. RULF. — (64 p.; 1 M. 60.)

Heft 5. — Technische Hochschulen von E. CZUBER. — (V-39 p.; 1 M. 20.)

Heft 6. — Die mathematischen Schulbücher an den Mittelschulen und verwandten Lehranstalten von Ph. FREUD. — (53 p.; 1 M. 20.)

Heft 7. — Universitäten von R. v. STERNECK. — (50 p.; 1 M. 20.)

Heft 8. — Bericht über die speziellen Verhältnisse des öffentlichen mathematischen Unterrichtes an den Volks- und Mittelschulen Galiziens von St. ZAREMBA. — (V-25 p.; 1 M. 20.)

Heft 9. — Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den Realschulen und Realgymnasien von A. ADLER.

Der Unterricht in der darstellenden Geometrie an den Technischen Hochschulen von E. MÜLLER. — (24 p.; 2 M. 40.)

Heft 10. — Hochschule für Bodenkultur von O. SIMONY.

Montanistische Hochschulen von E. KOBALD.

Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten von A. MIKUTA.

Technologisches Gewerbemuseum von K. REICH. — (39 p.; 1 M. 20.)

Heft 11. — Die Mathematik im Physikunterricht der österreichischen Mittelschulen von A. LANNER. — (56 p.; 1 M. 20.)

Heft 12. — Die neuesten Einrichtungen in Oesterreich für die Vorbildung der Mittelschullehrer in Mathematik, Philosophie und Pädagogik von A. HÖFLER. — (103 p.; 2 M.)

BELGIQUE

1er volume. Rapports sur l'enseignement des mathématiques, du dessin et du travail manuel dans les écoles primaires, les écoles normales primaires, les écoles moyennes, les athénées les collèges belges. — 1 vol. de 348 p.; prix: 5 fr.; J. Gœmære, Bruxelles. Ce volume comprend:

Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les *écoles primaires et dans les écoles normales primaires*, par M. Dock (33 p.).

Rapport sur l'enseignement du dessin et du travail manuel dans les écoles primaires, les écoles moyennes, les athénées et les collèges par M. L. MONTFORT (154 p.).

Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles moyennes, les athénées et les collèges, par M. H. PLOUMEN (87 p.).

Les tendances actuelles de l'enseignement mathématique en Belgique et leur influence sur les méthodes et les programmes, par H. PLOUMEN (67 p.).

EN PRÉPARATION; pour paraître en 1913, 2^{me} volume:

Les mathématiques dans les écoles industrielles et professionnelles, par M. ROMBAUT, inspecteur honoraire.

L'enseignement des mathématiques dans les Universités et les Ecoles supérieures, par M. NEUBERG.

DANEMARK

Bericht über den Mathematikunterricht in Danemark, par Paul HEEGAARD.
— 1 vol. de 107 p.; 3 fr. 80; Gyldenalske, Copenhague; Georg & C^{ie}, Genève.

1. — Die Schultypen.
2. — Elementarschulen.
3. — Die höheren allgemeinen Schulen.
4. — Die Volkshochschule.
5. — Elementarschulen für Technik, Handel und Seefahrt.
6. — Militärschulen.
7. — Schulen für Land-, Fortwirtschaft u.s.w
8. — Die Kunstakademie.
9. — Die Universität und die technische Hochschule.
10. — Die Lehrerausbildung.

ESPAGNE

L'enseignement mathématique en Espagne, rapports de la Sous-commission espagnole, par le délégué Z.-G. de GALDEANO (Saragosse). Travaux préparatoires. 2 fasc., 8 et 18 p.; 1910 et 1911.

Mémoires, Tome I, 139 p., 1912. Sommaire de ce premier volume :

M. Torroja et l'évolution de la Géométrie en Espagne, par Miguel VEGAS.
Enseignement de la Géométrie métrique à la Faculté des Sciences, par Cecilio-Jiménez RUEDA.

Les cours d'Analyse mathématique aux Facultés des Sciences espagnoles, par Luis-Octavio de TOLEDO.

L'enseignement du Calcul infinitésimal aux Facultés des Sciences espagnoles, par Patricio PENALVER.

Les Mathématiques à l'Ecole d'Ingénieurs des Eaux et Forêts, par Jorge TORNER.

L'enseignement des Mathématiques à l'Ecole centrale des Ingénieurs industriels, par Carlos MATAIX et Alfonso TORAN.

L'enseignement des Mathématiques à l'Ecole supérieure de Guerre, par Miguel CORREA.

Enseignement des Mathématiques aux Ecoles normales, par Leopoldo FERRERAS.

ETATS-UNIS

Report of the United States of North America (11 fascicules).

COMITÉ I et II: Mathematics in the Elementary Schools of the United States (186 p.), 1911.

COMITÉ III et IV: Mathematics in the Public and Private, Secondary Schools of the United States (188 p.), 1911.

COMITÉ V: Training of Teachers of Elementary and Secondary Mathematics (24 p.), 1911.

COMITÉ VI: Mathematics in the Technical Secondary Schools in the United States (36 p.), 1912.

COMITÉ VII: Examinations in Mathematics other than those set by the Teacher for his own classes (72 p.), 1911.

COMITÉ VIII: Influences tending to Improve the Condition of Teachers of Mathematics (47 p.), 1912.

COMITÉ IX: Mathematics in the Technological Schools of Collegiate Grade in the United States (44 p.), 1911.

COMITÉ X: Undergraduate Work in Mathematics in Colleges of Liberal Arts and Universities, (30 p.), 1911.

COMITÉ XI: Mathematics at West Point and Annapolis (26 p.), 1912.

COMITÉ XII: Graduate Work in Mathematics in Universities and in other Institutions of like Grade in the United States (64 p.), 1911.

General Report of the American Commissioners, with *Index* of all the American Reports (84 p.), 1912.

Ces onze fascicules sont publiés et édités par les soins du Bureau of Education, à Washington.

FRANCE

Rapport de la Sous-commission française, 5 volumes. (Librairie Hachette, Paris.)

Tome I. — ENSEIGNEMENT PRIMAIRE, publié sous la direction de M. BIOCHE, prof. de mathématiques au Lycée Louis-le-Grand. 85 p. (3 fr. 50):

Avant-propos.

a) Rapport sur l'ensemble des établissements dans lesquels se donne, en France, un enseignement mathématique, par M. Ch. BIOCHE.

b) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les Ecoles primaires élémentaires, par M. J. LEFEBVRE.

c) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles primaires supérieures, par M. G. TALLENT.

d) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles normales primaires d'instituteurs, en France, par M. A. VAREIL.

e) Rapport sur l'Ecole normale supérieure d'enseignement primaire de Saint-Cloud, par M. GOURSAT.

Appendice.

Tome II. — ENSEIGNEMENT SECONDAIRE, publié sous la direction de M. BIOCHE, prof. de mathématiques au Lycée Louis-le-Grand. — 159 p. (5 fr.):

Avant-propos.

a) Rapport sur la place et l'importance des mathématiques dans l'enseignement secondaire en France, par M. Ch. BIOCHE.

b) Rapport sur les classes de mathématiques spéciales et de Centrale, par M. E. BLUTEL.

Pièces annexes.

c) Rapport sur l'arithmétique par M. A. LÉVY.

d) Rapport sur l'algèbre, par M. GUTTON.

e) Rapport sur la géométrie, par M. Th. ROUSSEAU.

- f) Rapport sur l'enseignement de la mécanique, par M. H. BEGHIN.
 g) Rapport sur l'enseignement de la cosmographie, par M. A. MUXART.
 h) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nouvelles, par Frank LOMBARD.

Appendice.

Tome III. — ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR, publié sous la direction de M. Albert de SAINT-GERMAIN, Doyen honoraire de la Faculté des sciences de Caen, président de la Sous-commission française. — 123 p. (4 fr.).

Aperçu général sur l'enseignement supérieur des mathématiques.

a) Rapport sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral, de la mécanique rationnelle, de l'astronomie et des mathématiques générales dans les Facultés des sciences en France, par M. E. VESSIOT.

b) Rapport sur les enseignements mathématiques d'ordre élevé dans les Facultés des Sciences d'Universités françaises, par M. Emile BOREL.

Annexe. — Faculté des Sciences de Paris: programmes des certificats d'études supérieures pour l'année 1914.

c) Rapport sur les diplômes d'études supérieures de sciences mathématiques, par M. A. de SAINT-GERMAIN.

d) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les instituts techniques des Facultés des sciences, par M. H. VOGT.

e) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'École normale supérieure et sur l'agrégation des sciences mathématiques, par M. JULES TANNERY.

f) Note sur l'enseignement mathématique au Collège de France, par M. A. de SAINT-GERMAIN.

g) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'école polytechnique, par M. G. HUMBERT.

h) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'École nationale des Ponts et Chaussées, par M. Maurice d'OCAGNE.

i) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'École nationale supérieure des Mines par M. René GARNIER.

j) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'École nationale des Mines de Saint-Etienne, par M. FRIEDEL.

k) Note sur l'École d'application du Génie maritime, par M. A. JANET.

Tome IV. — ENSEIGNEMENT TECHNIQUE, publié sous la direction de M. P. ROLLET, Directeur de l'École municipale professionnelle Diderot à Paris. — 212 p. (5 fr.):

Introduction.

Ecoles pratiques de commerce et d'industrie. Programmes officiels (28 août 1909). Extraits concernant l'enseignement mathématique.

a) Rapport de M. HARANG.

b) Rapport de M. Ch. LAGNEAUX.

c) Rapport de M. Ch. LAGNEAUX.

Ecoles nationales professionnelles. Programme de l'enseignement technique théorique.

d) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nationales professionnelles (E. N. P.), par M. LARIVIÈRE.

e) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nationales professionnelles, par M. E. TRIPARD.

Ecoles d'arts et métiers. Programmes officiels du 9 mai 1910.

f) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles d'arts et métiers (1^{re} année), par M. J. ROUMAJON.

g) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles d'arts et métiers (2^e année), par M. BEZINE.

h) Rapport sur l'enseignement de la mécanique dans les écoles d'arts et métiers (3^e année), par M. BAZARD.

Ecoles de commerce. — i) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les établissements de la Chambre de Commerce de Paris par M. P. MINEUR.

Conservatoire national d'arts et métiers. — j) Rapport sur l'enseignement des mathématiques au Conservatoire national des arts et métiers, par M. Carlo BOURLET.

Ecole centrale des arts et manufactures. — k) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'école centrale des arts et manufactures, par M. P. APPELL.

Appendice.

Tome V. — ENSEIGNEMENT DES JEUNES FILLES, publié sous la direction de M^{lle} AMIEUX, prof. au Lycée Victor-Hugo à Paris. — 95 p. (3 fr. 50):

Aperçu général.

Enseignement secondaire. Introduction.

a) Rapport sur la place des mathématiques dans les plans d'études, l'organisation générale et l'enseignement obligatoire, par M^{lle} A. AMIEUX.

b) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans la 2^e période et sur la préparation au baccalauréat et aux examens de l'enseignement secondaire féminin, par M^{me} BAUDEUF.

c) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'École normale de Sèvres, par M. P. APPELL.

Enseignement professionnel. Rapport sur les mathématiques dans l'enseignement professionnel des jeunes filles, par M^{me} PIVOT et M^{lle} FREDON.

Enseignement primaire. Introduction.

a) Note sur l'Enseignement mathématique dans les écoles primaires élémentaires.

b) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles primaires supérieures de jeunes filles, par M. TALLENT.

c) Sur l'enseignement mathématique dans les écoles normales d'Institutrices primaires.

d) Rapports sur l'enseignement mathématique à l'École normale supérieure d'institutrices de Fontenay-aux-Roses, par MM. G. FONTENÉ et G. KÆNIGS.

HOLLANDE

Rapport sur l'enseignement mathématique dans les Pays-Bas, publié par la Sous-commission nationale, sous la direction de J. CARDINAAL. — 1 vol. de 151 p.; 3 fr.; J. Waltman, Delft.

1. L'enseignement mathématique à l'école primaire.

2. L'enseignement mathématique aux « Burgeravondscholen » (écoles dites bourgeoises), écoles professionnelles, écoles de dessin, écoles professionnelles pour filles et écoles techniques.

3. Ecoles de marine.

4. L'enseignement mathématique aux écoles moyennes (Hoogere Burger-scholen). Ecoles moyennes à 3 années d'études.

5. Ecole moyenne à 5 années d'études.

6. Ecoles moyennes pour jeunes filles.

7. L'enseignement mathématique aux gymnases.

8. Les universités.
9. Académie technique.
10. L'enseignement mathématique aux instituts militaires de l'armée de terre dans les Pays-Bas.
11. Ecole de machinistes pour la marine à Hellevœtsluis.
12. Institut Royal de marine à Willemsoord.
13. Rapport complémentaire sur les propositions de la Commission d'Etat pour la réorganisation de l'enseignement, établie par Arrêté Royal du 21 mars 1903, n° 49.

HONGRIE

1. *Abhandlungen über die Reform des mathematischen Unterrichts in Ungarn.* — Im Auftrage der Mathematischen Reform Kommission des Landesvereins der Mittelschulprofessoren nach dem ungarischen Original deutsch herausgegeben von E. BEKE und S. MIKOLA (1911). — 160 p.; 4 M. — B. G. Teubner, Leipzig.

Cette étude d'ensemble se trouve complétée par les dix rapports spéciaux ci-après (fr. 0,50 le fascicule; Librairie Georg, Genève)

2. Die Ausbildung der Mittelschulprofessoren, von J. KÜRSCHAK (1911). — 20 p.
3. Der heutige Stand des mathematischen Unterrichts am Königlich ungarischen Josefs-Polytechnikum (Technische Hochschule in Budapest), von G. RADOS (1911). — 14 p.
4. Der Unterricht der Mathematik am Uebungsgymnasium, von P. v. SZABO (1912). — 17 p.
5. Der mathematische Unterricht an den Lehrerbildungsanstalten, von K. GOLDZIHNER (1912). — 13 p.
6. Der mathematische Unterricht an den höheren Gewerbeschulen und gewerblichen Fachschulen, von D. ARANY (1912). — 15 p.
7. Der mathematische Unterricht an den Handelsschulen, von M. HAVAS und S. BOGYO (1912). — 13 p.
8. Der mathematische Unterricht an den Bürgerschulen, von J. VOLENSZKY (1912). — 18 p.
9. Der mathematische Unterricht an den Mittelschulen (Gymnasien u. Realschulen, von E. BEKE (1912). — 24 p.

In Vorbereitung :

10. Der mathematische Unterricht an den Volksschulen, von M. BITTENBINDER.
11. Der mathematische Unterricht an den höheren Mädchenschulen, von A. VISNYA.

ILES BRITANNIQUES

The following papers on the *Teaching of Mathematics in the United Kingdom* have been published by the Board of Education (Editeurs : Wyman and Sons, London) :

- N° 1. Higher Mathematics for the Classical Sixth Form. By Mr. W. NEWBOLD. — 14 p. Price 1 d.
- N° 2. The Relations of Mathematics and Physics. By Dr. L. N. G. FILON. — 9 p. Price 1 d.

- N° 3. The Teaching of Mathematics in London Public Elementary Schools. By Mr. P. B. BALLARD. — 28 p. Price 2 d.
- N° 4. The Teaching of Elementary Mathematics in English Public Elementary Schools. By Mr. H. J. SPENCER. — 32 p. Price 2 1/2 d.
- N° 5. The Algebra Syllabus in the Secondary School. By Mr. C. GODFREY. — 34 p. Price 2 1/2 d.
- N° 6. The Correlation of Elementary Practical Geometry and Geography. By Miss Helen Bartram. — 8 p. Price 1 d.
- N° 7. The Teaching of Elementary Mechanics. By Mr. W. D. EGGAR. — 13 p. Price 1 d.
- N° 8. Geometry for Engineers. By Professor D. A. LOW. — 15 p. Price 1 1/2 d.
- N° 9. The Organisation of the Teaching of Mathematics in Public Secondary Schools for Girls. By Miss Louisa STORY. — 17 p. Price 1 1/2 d.
- N° 10. Examinations from the School Point of View. By Mr. Cecil HAWKINS. — 104 p. Price 9 d.
- N° 11. The Teaching of Mathematics to Young Children. By Miss Irene STEPHENS. — 19 p. Price 1 1/2 d.
- N° 12. Mathematics with relation to Engineering Work in Schools. By Mr. T. S. USHERWOOD. — 26 p. Price 2 d.
- N° 13. The Teaching of Arithmetic in Secondary Schools. By Mr. G. W. PALMER. — 33 p. Price 2 1/2 d.
- N° 14. Examinations for Mathematical Scholarships. By Dr. F. S. MACAULAY and Mr. W. J. GREENSTREET. — 53 p. Price 3 d.
- N° 15. The Educational Value of Geometry. By Mr. G. St. L. CARSON. — 17 p. Price 1 1/2 d.
- N° 16. A School Course in Advanced Geometry. By Mr. C. V. DURELL. — 14 p. Price 1 1/2 d.
- N° 17. Mathematics at Osborne and Dartmouth. By Mr. J. W. MERCER and Mr. C. E. ASHFORD. — 41 p. Price 2 1/2 d.
- N° 18. Mathematics in the Education of Girls and Women. By Miss E. R. GWATKIN, Miss Sara A. BURSTALL, and Mrs. Henry SIDGWICK. — 32 p. Price 2 1/2 d.
- N° 19. Mathematics in Scotch Schools. By Professor G. A. GIBSON. — 49 p. Price 3 d.
- N° 20. The Calculus as a School Subject. By Mr. C. S. JACKSON. — 18 p. Price 1 1/2 d.
- N° 21. The Relation of Mathematics to Engineering at Cambridge. By Professor B. HOPKINSON. — 13 p. Price 1 1/2 d.
- N° 22. The Teaching of Algebra in Schools. By Mr. S. BARNARD. — 26 p. Price 1 1/2 d.
- N° 23. Research and Advanced Study as a Training for Mathematical Teachers. By Professor G. H. BRYAN. — 21 p. Price 1 1/2 d.
- N° 24. The Teaching of Mathematics in Evening Technical Institutions. By Dr. W. E. SUMPNER. — 9 p. Price 1 d.
- N° 25. The Undergraduate Course in Pass Mathematics generally, and in relation to Economics and Statistics. By Professor A. L. BOWLEY. — 14 p. Price 1 1/2 d.
- N° 26. The Preliminary Mathematical Training of Technical Students. By Mr. P. ABBOTT. — 17 p. Price 1 1/2 d.
- N° 27. The Training of Teachers of Mathematics. By Dr. T.-P. NUNN. — 17 p. Price 1 1/2 d.

N° 28. Recent Changes in the Mathematical Tripos at Cambridge. By Mr. ARTHUR BERRY. — 15 p. Price 1 1/2 d.

N° 29. Mathematics in the Preparatory School. By Mr. E. KITCHENER. — 15 p. Price 1 1/2 d.

N° 30. Course in Mathematics for Municipal Secondary Schools. By Mr. L.-M. JONES. — 15 p. Price 1 1/2 d.

N° 31. Examinations for Mathematical Scholarships at Oxford. By Mr. A.-E. JOLLIFFE. — Examinations for Mathematical Scholarships at Cambridge. By G.-H. HARDY. — 22 p. Price 2 d.

N° 32. Parallel Straight Lines and the Method of Direction. By Mr. T.-JAMES GARSTANG. — 8 p. Price 1 d.

N° 33. Practical Mathematics at Public Schools: Introduction. By Dr. H.-H. TURNER. — Practical Mathematics at Clifton College. By Mr. R.-C. FAWDRY. — Practical Mathematics at Harrow School. By Mr. A. W. SIDONS. — Practical Mathematics at Oundle School. By Mr. F. W. SANDERSON. — Practical Mathematics at Winchester College. By Mr. G.-M. BELL. — 36 p. Price 1 d.

N° 34. Mathematical Examinations at Oxford. By Mr. A.-L. DIXON. — 117 p. Price 16 d.

Ces rapports ont été réunis en deux volumes sous le titre : *The Teaching of Mathematics in the United Kingdom*. Part I & Part II. (*Special Reports on Educational subjects*, Volumes 26 et 27.) — Prix : T. I, 3 sh; T. II, 4 sh. 9.

ITALIE

Atti della Sottocommissione italiana. (Les fascicules ne seront mis en vente qu'une fois réunis en volume).

1. Scuole infantili ed elementari, prof. CONTI (Roma). — 39 p.

2. Scuole normali, prof. CONTI (Roma), 71 p.

3. Scuole classiche :

a) I successivi programmi dal 1867 al 1910, prof. SCARPIS (Bologna). — 11 p.

b) Critiche e proposte, prof. FAZZARI (Palermo). — 16 p.

4. Scuole ed istituti tecnici, prof. SCORZA (Cagliari). — 34 p.

5. Scuole industriali, professionali e commerciali, prof. LAZZERI (Livorno). — 19 p.

6. R. Accademia Navale di Livorno e R. Accademia Militare di Torino, prof. LAZZERI (Livorno). — 14 p.

7. Intorno all'ordinamento degli studi matematici nel primo biennio universitario in Italia, prof. SOMIGLIANA (Torino). — 11 p.

8. Sugli studi per la laurea in Matematica e sulla sezione di Matematica delle Scuole di Magistero, prof. PINCHERLE (Bologna). — 16 p.

9. Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero, prof. PADOA (Genova). — 22 p.

10. Sui libri di testo di geometria per le scuole secondarie superiori, prof. SCORZA (Cagliari). 15 p.

En préparation :

11. Sulla evoluzione degli insegnamenti geometrici nelle Università, prof. SEVERI (Padova).

JAPON

Tome I. — *Report on the teaching of mathematics in Japan*, prepared by the Japanese Sub-commission. — 1 vol. de 550 p.

The Teaching of Mathematics :

I. Elementary Schools. — 61 p.

II. Middle Schools. — 69 p.

III. Higher Middle Schools. — 48 p.

IV. Faculty of Science of Imperial Universities. — Pour la traduction anglaise, voir chap. VIII. of the Summary Report.

V. Faculty of Technology of the Tokio Imperial University. — 7 p.

VI. Normal Schools. — 34 p.

VII. Training of (male) Teachers for Intermediate Schools. — 38 p.

VIII. Girl's High Schools. — 32 p.

IX. Normal Schools for Women. — 45 p.

X. Higher Normal Schools for Women. — 44 p.

XI. Commercial Schools and Colleges. — 25 p.

XII. Technical Schools and Colleges. — 42 p.

XIII. Schools under the Army Department. — 48 p.

XIV. Schools under The Navy Department. — 13 p.

XV. Schools under the Department of Communications. — 30 p.

Tome II. — *Summary Report on the Teaching of Mathematics in Japan*, by R. FUJISAWA. — 238 p.

NORVÈGE

Les plans d'études des écoles techniques moyennes norvégiennes étant en revision, M. ALFSEN, délégué, a dû retarder la publication de son rapport. Celui-ci portera le titre *Bericht über den mathematischen Unterricht in Norwegen* et comprendra les objets suivants :

I. Einleitung : Uebersicht über die Organisation des norwegischen Schulwesens.

II. Die Mathematik an den niederen und höheren Volksschulen.

III. Die Mathematik an den höheren Schulen (« Mittelschule » und « Gymnasium »).

IV. Die Mathematik an den Hochschulen (Universität in Christiania und Technische Hochschule in Drontheim).

V. Die Mathematik an den Spezialschulen.

VI. Die Seminare für Volksschullehrer.

VII. Die pädagogische Ausbildung der Lehrer der höheren Schulen.

ROUMANIE

L'enseignement mathématique en Roumanie. Enseignement secondaire, par G. TZITZEICA (Bucarest). — 16 p.

RUSSIE

1. *L'enseignement mathématique dans les universités, les écoles techniques supérieures et quelques-unes des écoles militaires*, par C. POSSÉ. — 100 p. (3 fr.)

2. *L'enseignement mathématique dans les écoles de Finlande*, rédigé par une commission instituée par le Sénat impérial de Finlande. 52 p.

3. *Bericht über den mathematischen Unterricht an den russischen Realschulen*, von K. W. VOGR. — 16 p. (fr. 0,60)

4. *L'enseignement mathématique dans les écoles primaires et les écoles normales*, par M. S.

L'enseignement mathématique dans les gymnases de garçons du Ministère de l'Instruction publique et dans les *instituts de jeunes filles* du ressort des établissements de l'Impératrice Marie, par M. KONDRATIEV. — 29 p. (fr. 1,—)

5. *L'enseignement mathématique dans les Corps des cadets*, par M. POBRUGENKO.

Notice sur les cours pour la préparation des maîtres des Corps de cadets, par M. MAKCHÉEV. — 20 p.

6. a) Sur l'organisation de l'enseignement mathématique dans les *gymnases de jeunes filles* du ressort du Ministère de l'Instruction publique et à l'*Institut pédagogique de jeunes filles*. Par M. MICHELSON, prof. à cet institut.

b) Sur l'enseignement mathématique dans les *écoles industrielles* du ressort du Ministère de l'Instruction publique. Par MM. KOTOURNITZKY et HATZOUK, professeurs à l'Institut technologique de St-Petersbourg.

c) Sur l'enseignement des mathématiques dans les *gymnases de jeunes filles* dans l'arrondissement scolaire de Varsovie. Par M. GORIATCHEV, prof. à l'Université de Varsovie. — 37 p.

Rapports déjà rédigés en langue russe; (en traduction).

a) Les mathématiques dans l'*Institut technologique de St-Petersbourg*. Par Boris COIALOVITSCH, prof. à cet institut.

b) Les mathématiques dans les *cours supérieurs de femmes (université de femmes)* à St-Petersbourg. Par le même.

c) Les mathématiques dans les *cours supérieurs de femmes à Moscou*. Par M. MLODZIEVSKI, anc. prof. à l'Université de Moscou.

d) Les mathématiques dans l'*Institut polytechnique de Varsovie*. Par M. MORDOUKHAI-BOLTOWSKOÏ, prof. à l'Université de Varsovie.

e) *Sur la préparation des maîtres pour les écoles moyennes secondaires*. Par M. KAGAN, prof.-adjoint à l'Université d'Odessa.

f) Les mathématiques dans les *écoles de l'administration générale de l'agriculture*. Par M. N. N.

g) Les mathématiques à l'*Institut de Géodésie* de Moscou, par feu B. STRUVE.

SUÈDE

Der mathematische Unterricht in Schweden, herausgegeben von Dr. H. VON KOCH und Dr. E. GÖRANSSON. — Editeur: C. E. Fritze, Stockholm, 229 p., 4 fr.

Ecoles primaires et écoles normales, par H. DAHLGREN: Die Mathematik an den Volksschulen und Volksschullehrerseminaren Schwedens, 52 p.

Ecoles réales, par E. GÖRANSSON et E. HALLGREN: Die Mathematik an den schwedischen Realschulen, 28 p.

Gymnases, par E. GÖRANSSON: Die Mathematik an den schwedischen Gymnasien, 51 p.

Etablissements de jeunes filles, par O. JOSEPHSON et Anna RÖNSTRÖM: Die Mathematik an den höheren Mädchenschulen in Schweden, 23 p.

Ecoles professionnelles élémentaires, par K.-L. HAGSTRÖM, G. ERIKSON et C. HEÜMAN: Die Mathematik an elementartechnischen Gewerbeschulen, 22 p.

Ecoles techniques moyennes, par O. GALLANDER: Der mathematische Unterricht an den technischen Mittelschulen, 8 p.

Ecoles techniques supérieures, par H. VON KOCH: Die Mathematik an der technischen Hochschule in Stockholm, 13 p.

Universités, par A. WIMAN: Die Mathematik an den schwedischen Universitäten, 18 p.

SUISSE

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE EN SUISSE. Rapports de la Sous-commission suisse publiés sous la direction de H. FEHR. — 1 vol., XVI et 756 p., 18 fr., en 8 fascicules en vente séparément, Georg et Cie, Genève et Bâle.

Fasc. 1. — Les travaux préparatoires: Rapport préliminaire sur l'organisation de la Commission et le plan général de ses travaux, publié au nom du Comité central par H. FEHR, secrétaire-général de la Commission (en français et en allemand).

Organisation des travaux en Suisse. — 43 p., 1 fr. 50.

Fasc. 2. — Aperçu général, par H. FEHR.

Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Primarschulen, von Just. STÖCKLIN.

Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Sekundarschulen, von BADERTSCHER, Bern. — 106 p., 2 fr. 25.

Fasc. 3. — Der mathematische Unterricht an den höheren Mädchenschulen der Schweiz, von E. GUBLER, Zürich.

Der mathematische Unterricht an den Lehrer- und Lehrerinnenseminarien der Schweiz, von F. R. SCHERRER, Küssnacht.

Organisation und Methodik des mathematischen Unterrichts in den Landerziehungsheimen, von K. MATTER, Frauenfeld. — 109 p., 2 fr. 25.

Fasc. 4. — Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Gymnasien und Realschulen, von K. BRANDENBERGER, Zürich. — 167 p., 3 fr. 50.

Fasc. 5. — Les mathématiques dans l'enseignement technique moyen en Suisse, par L. CRELIER, Bienne. — 112 p., 2 fr. 25.

Fasc. 6. — Les mathématiques dans l'enseignement commercial suisse, par L. MORF, Lausanne. — 70 p., 2 fr.

Fasc. 7. — Der mathematische Unterricht an der Eidgenössischen Technischen Hochschule, von M. GROSSMANN, Zürich. — 52 p., 2 fr.

Fasc. 8. — L'Enseignement mathématique à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne, par M. LACOMBE, Lausanne.

Der mathematische Unterricht an den Schweizerischen Universitäten, von J. H. GRAF, Bern. — 72 p., 2 fr. 25.

Dépôt central de vente des publications concernant la Commission internationale.

La Librairie GEORG & Cie, Genève et Bâle, se charge de fournir toutes les publications concernant la Commission internationale de l'enseignement mathématique.

III. — PRÉSENTATION DES PUBLICATIONS

du Comité Central et des Sous-commissions nationales.

Plus de 150 fascicules comprenant un ensemble de près de 280 rapports¹ ont été déposés par les représentants des différents pays. Pour chaque pays un délégué a présenté un court rapport sur les travaux de sa Sous-commission nationale.

Le Secrétaire-général a tout d'abord remis le volume renfermant les *publications du Comité Central*. Elles sont au nombre de six, suivant la liste détaillée qui figure plus haut.

Puis, en suivant l'ordre alphabétique des pays, le Président appelle les représentants des différentes Sous-commissions à rendre compte de leurs travaux.

Allemagne. — M. le Prof. A. GUTZMER (Halle), parlant au nom de la délégation allemande, en remplacement de son président M. F. KLEIN, présente les 25 fascicules publiés jusqu'à ce jour. Il donne lecture du rapport de la délégation sur la composition des cinq volumes en cours de publication et dont on trouvera la liste complète plus haut. Voici le texte de son rapport :

Bericht über die Abhandlungen des deutschen Unterausschusses. — « Zu unserem Bedauern ist Herr KLEIN, der Vorsitzende des deutschen Unterausschusses der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission, verhindert, dem gegenwärtigen Kongresse persönlich beizuwohnen ; statt seiner habe ich die Ehre, folgenden kurzen Bericht über den Stand der Arbeiten in Deutschland zu erstatten.

Die geschichtliche Entwicklung des heutigen Deutschen Reiches aus einer Anzahl selbständiger Staaten bedingt, dass wir kein homogenes, von einer Stelle geleitetes Bildungswesen besitzen, wie dies in andern Ländern mit ausgesprochener Zentralisation der Verwaltung der Fall ist. Dieser Zustand hat für die allgemeine geistige Kultur des deutschen Volkes den Vorteil gehabt, das ihr aus einer Reihe von Bildungszentren Anregungen zu teil wurden, und dass sich die verschiedenen deutschen Volksstämme als ebenso viele Quellen für den Strom deutschen Geisteslebens erwiesen.

Ferner hat die Reformation mit dahin gewirkt, dass das Schul- und Bildungswesen sich in den einzelnen Teilen Deutschlands verschieden gestaltete. Während in einigen deutschen Staaten die heutigen Schulen auf die Klosterschulen zurückzuführen sind, ist in andern weder äusserlich noch innerlich ein Zusammenhang damit vorhanden.

¹ La plupart de ces rapports ont été ou vont être résumés dans *l'Enseignement mathématique*, sous la rubrique « Notes et documents, comptes rendus des travaux des Sous-commissions nationales ». (Voir *l'Ens. math.* à partir de 1911.)

Endlich ist es von nicht geringer Wichtigkeit, dass sich in neuerer Zeit Deutschland mehr und mehr aus einem Agrarstaat zu einem Industriestaat entwickelt hat.

Alle diese Momente, das politische, das religiöse und das wirtschaftliche, sind zum vollen Verständnis der Eigenart des deutschen Unterrichtswesens notwendig und spiegeln sich sowohl in der allgemeinen Disposition des von dem deutschen Unterausschuss herausgegeben Gesamtberichts wieder als auch in der Anlage des einzelnen Abhandlungen, aus denen sich dieser zusammensetzt. Der Gesamtbericht gliedert sich in folgende fünf Bände :

- I. Die höheren Schulen in Norddeutschland.
- II. Die höheren Schulen in Süd- und Mitteldeutschland.
- III. Einzelfragen des höheren mathematischen Unterrichts.
- IV. Die Mathematik an den technischen Schulen.
- V. Der mathematische Elementarunterricht und die Mathematik an den Lehrerbildungsanstalten.

Im ganzen sollen diese fünf Bände 36 Abhandlungen umfassen, von denen ich die Ehre habe, der Versammlung 25 vorzulegen. Es ist dem deutschen Unterausschuss gelungen, für diese einzelnen Berichte Bearbeiter zu gewinnen, die genaue Kenner der betreffenden Gebiete sind. Selbstverständlich war es erforderlich, dass sich diese Berichte in den Rahmen des Ganzen einfügten. Eine solche Abgleichung zu erzielen, war insbesondere die Aufgabe des deutschen Unterausschusses. Der Vorsitzende, Herr KLEIN, hatte bei allen Bänden die Oberleitung, und Herr LIETZMANN stand ihm als Sekretär zur Seite. Herr KLEIN hat ferner die Bände I, III und V in seine besondere Obhut genommen ; Herr TREUTLEIN, der zu unserm Bedauern kurz vor dieser Versammlung gestorben ist, hat den zweiten Band, die höheren Schulen in Süd- und Mitteldeutschland, organisiert ; die Leitung des IV. Bandes, der die Mathematik an den technischen Schulen behandelt, hat Herr STÆCKEL in Händen.

Bei dem Gesamtbericht könnte man den Wunsch hegen, dass die Darstellung mit den elementaren Schulen beginnen und mit den Hochschulen hätte schliessen sollen. Indessen ist es nicht möglich gewesen, eine solche systematische, stufenweise fortschreitende Schilderung unseres Schulwesens zu geben. Die Mannigfaltigkeit ist viel zu gross, die Entwicklung der einzelnen Schularten zu eigentümlich, der mathematische Unterricht an ihnen nach Stoff und Methode zu verschieden, als dass man unser vielverzweigtes Schulwesen in eine grade Linie ordnen könnte. Dazu kommt, dass der wissenschaftliche mathematische Unterricht im wesentlichen an den sogenannten höheren Schulen stattfindet. Demgemäss mussten diese an erster Stelle und mit besonderer Ausführlichkeit behandelt werden.

Ueber die Gesichtspunkte, die für die einzelnen Abhandlungen massgebend gewesen sind, möchte ich nur so viel sagen, dass durchweg eine eingehende Darlegung der geschichtlichen Entwicklung und der organisatorischen Fragen für die behandelten Schularten gegeben wird. In der Tat ist nur auf diese Art ein Verständnis für die Eigenart der deutschen Verhältnisse zu erzielen, und ich darf wohl hervorheben, dass die Arbeiten des deutschen Unterausschusses einen erheblichen Wert besitzen nicht nur für die Kenntnis des mathematischen Unterrichts in Deutschland, sondern für das Verständnis des deutschen Schulwesens überhaupt.

Um einen genaueren Einblick in die Arbeiten des deutschen Unterausschusses zu gewähren, darf ich vielleicht, ohne auf Einzelheiten einzugehen,

einiges über den III. Band hinzufügen, in welchem gewisse allgemeine Fragen des höheren mathematischen Unterrichts erörtert werden.

Ueber die Reform des mathematischen Unterrichts ist in den letzten Jahrzehnten in Deutschland viel verhandelt worden, es ist deswegen — zumal es sich um eine Bewegung handelt, die die ganze Kulturwelt ergriffen hat, — in der ersten Abhandlung die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland übersichtlich dargestellt worden.

Die zweite Abhandlung beschäftigt sich mit der Beziehung der Mathematik und der Physik im Schulunterricht. Es wird an einer Reihe von Beispielen nachgewiesen, welchen Gewinn der physikalische Unterricht aus einem zweckmässigen Mathematikunterricht ziehen kann. Wir dürfen annehmen, dass diese Abhandlung namentlich auch in dem Vaterlande und an der Universität eines Newton Beachtung finden wird.

Die nächsten drei Abhandlungen beschäftigen sich wesentlich mit Anwendungen der Mathematik, nämlich mit der darstellenden Geometrie, mit der Astronomie und mit den kaufmännischen Aufgaben im mathematischen Unterricht der höheren Schulen. Daran schliesst sich eine umfangreiche Abhandlung über die Geschichte der Mathematik als ein belebendes Element im höheren Schulunterricht.

Die letzte der bis jetzt vorliegenden Abhandlungen dieses III. Bandes schlägt die Brücke von der Mathematik zur Philosophie. In ihr wird gezeigt, wie sich auf der obersten Stufe der höheren Schulen die Mathematik nach philosophischer Richtung verwerten lässt. Ich meine, dass diese Darstellung sehr viele Anregungen enthält, die geeignet sind, einen zusammenfassenden Abschluss des Mathematikunterrichts zu ermöglichen und die allgemeine kulturelle Bedeutung der Mathematik in das rechte Licht zu setzen.

Obwohl in allen Bänden des deutschen Berichts wiederholt die Ausbildung der Lehrer für höhere Schulen berücksichtigt wird, erschien es doch zweckmässig, eine eigene Abhandlung über das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit 1870 herauszugeben. Leider ist es nicht möglich gewesen, den bereits in Angriff genommenen Bericht über diesen Gegenstand in Cambridge vorzulegen. Seine besondere Wichtigkeit brauche ich nicht zu betonen, denn es liegt auf der Hand, dass der Kern jeder Unterrichtsreform in der Heranbildung geeigneter Lehrkräfte besteht.

Wenn unsere Abhandlungen auch noch nicht vollständig vorliegen, so ergibt sich — wie wir hoffen — doch schon jetzt ein deutliches Bild von den deutschen Schulverhältnissen. Wir erkennen, dass seit einiger Zeit überall ein moderner mathematischer Unterricht Platz greift, in welchem einerseits die Ausbildung der Raumschauung, andererseits die Entwicklung des Funktionsbegriffs eine beherrschende Rolle spielen, und in dem alles, was auf reine Routine hinausläuft, möglichst eingeschränkt wird. Sein Endziel bildet Ueberführung zur Infinitesimalrechnung, logische und philosophische Durchdringung der Mathematik und Verständnis für die Bedeutung unserer Wissenschaft und ihrer Anwendungen für die Kultur der Gegenwart. Mit dieser Modernisierung des mathematischen Unterrichts, der entsprechende Bewegungen in andern Schulfächern parallel gehen, ist naturgemäss eine gewisse Uniformisierung des Unterrichts in den verschiedenen Teilen Deutschlands eingetreten. Trotzdem besitzt dieser ein grosses Mass von Freiheit, die geradezu für Deutschland charakteristisch ist, und der sich in andern Ländern kaum etwas Aehnliches an die Seite stellen lässt. Um diese Freiheit zu kennzeichnen, will ich erwähnen, dass die Lehrer nur

an allgemeine methodische Richtlinien gebunden sind, dass sie also nicht dem Zwange des eingeführten Lehrbuches unterliegen. Ein fernerer Beweis liegt in der Tatsache, dass die Aufgaben für die Abschlussprüfung nicht von einer Zentralstelle gestellt, sondern von den Lehrern selbst vorgeschlagen und der Schulbehörde zur Genehmigung vorgelegt werden.

Wie schon hervorgehoben worden ist, bildet die Reform des mathematischen Unterrichts nur einen Teil der Umgestaltung, die der Unterricht an den höheren Schulen während der letzten Jahrzehnte erfahren hat und die zum Ziele hat, die Erziehung der Jugend zur Mitarbeit an der modernen Kultur in den Mittelpunkt zu stellen. Von diesem Standpunkte aus gewinnt der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht eine ebenbürtige Bedeutung und Stellung neben dem historisch-philologischen. Seine Aus- und Umgestaltung war daher eine Aufgabe, deren Lösung nicht nur die Schulmänner, sondern auch die Vertreter der Naturwissenschaft und der Technik als dringend erkannten. Aus dieser Einsicht heraus ist 1904 die Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Aerzte hervorgegangen, die sich später zum Deutschen Ausschuss für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht erweitert hat. Ich möchte mir deshalb erlauben, gleichzeitig mit den Abhandlungen des deutschen Unterausschusses der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission die bisher erschienenen Schriften des genannten Deutschen Ausschusses auf den Tisch des Hauses zu legen. »

Autriche. — En présentant le volume des rapports de la Sous-commission autrichienne, M. le prof. E. CZUBER (Vienne), délégué, s'est exprimé en ces termes :

Der mathematische Unterricht in Oesterreich. — « Das Schulwesen in Oesterreich ist in seinen Grundzügen einheitlich organisiert; es war daher möglich, über die einzelnen Schulkategorien einheitliche Berichte zu erstatten. Nur das Land Galizien nimmt eine gewisse Sonderstellung in Bezug auf die Regelung seines Schulwesens ein; die daraus entspringenden, übrigens nicht tiefgreifenden Unterschiede sind in einem besondern Berichte zusammengefasst.

Die Universitäten Oesterreichs blicken zum Teil auf eine lange ruhmvolle Vergangenheit zurück. Ihr oberstes Prinzip ist unbeschränkte Lehr- und Lernfreiheit.

Die Technischen Hochschulen, zu diesem Range 1872 erhoben, sind die Fortbildung von Instituten, deren Gründung am Beginn des vorigen Jahrhunderts ihren Anfang nahm. Auch ihnen liegt das Prinzip der Lehr- und Lernfreiheit zugrunde, allerdings mit jenen Einschränkungen, die mit der Aufstellung von Lehrplänen und mit Prüfungsordnungen naturgemäss verknüpft sind.

Aehnliches gilt von den einer späteren Zeit entstammenden Montanistischen Hochschulen.

Das Mittelschulwesen basiert in der Hauptsache noch auf der denkwürdigen Organisation vom Jahre 1849, der eine bleibende Stellung in der Schulgeschichte Oesterreichs gesichert ist. In höherem Masse gilt dies von dem Gymnasium als von der Realschule, die im Laufe der 60 Jahre ihres Bestandes mancherlei durch den Gang der materiellen Kultur bedingte Wandlungen durchzumachen hatte. Eine eingreifende Reorganisation ist unserem Mittelschulwesen in jüngster Zeit zuteil geworden, zu der zwei

immer dringlicher gestellte Forderungen den Anstoss gaben: Entlastung der Jugend und Herstellung eines bessern Verhältnisses zwischen der Ausbildung des Geistes und des Körpers. Gleichzeitig mit der Reorganisation der bestehenden Mittelschulen sind bei diesem Anlasse auch neue Schultypen ins Leben gerufen worden, die einerseits den mannigfachen Bildungsbedürfnissen besser Rechnung tragen und die von vielen Seiten gewünschte Hinausschiebung der Entscheidung über die Berufswahl ermöglichen sollen.

Die intensive gewerblich-industrielle Entwicklung seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts hat eine sehr breit angelegte Gattung von Schulen zur Folge gehabt: die gewerblichen Lehranstalten mannigfacher Zwecke und der verschiedensten Unterrichtsniveaus.

Das Volksschulwesen ist nach den Grundsätzen des Reichsvolksschulgesetzes vom Jahre 1869 aufgebaut.

Für die über die Grenzen der Volks- und Bürgerschule hinausgehende Heranbildung des weiblichen Geschlechts wird von staatswegen seit 1900 gesorgt.

Neben diesen Lehranstalten allgemeinen Charakters besitzt Oesterreich noch einige besondere Unterrichtsstätten, die ihre eigene Organisation haben; dazu gehören auch die militärischen Bildungsanstalten.

Die Erkenntnis von der hohen Bedeutung der Mathematik für die geistige Ausbildung wie für das praktische Leben hat in Oesterreich längst Wurzel gefasst; dem mathematischen Unterricht wird in allen Schulgattungen die grösste Aufmerksamkeit zugewendet. Es sind gute Unterrichtsmethoden ausgebildet worden, auf die Anschaulichkeit wird überall besonderer Nachdruck gelegt. Die Schulbücherliteratur ist verhältnismässig reich und gut entwickelt; auch die für die nichtdeutschen Schulen bestimmten Unterrichtsmittel nehmen an Zahl und Selbständigkeit zu.

Die vorhin erwähnte Mittelschulreform hat sich auf dem Gebiete der Mathematik als Unterrichtsgegenstand von drei Grundgedanken leiten lassen: Einschränkung des Lehrstoffs auf Materien von wirklichem Bildungswert und seine Vereinfachung; intensive Verbindung des theoretischen Unterrichts mit den Bedürfnissen des praktischen Lebens; Einführung des Funktionsbegriffs zur Vertiefung des Verständnisses und seine weitere Verfolgung bis zu den Grundbegriffen der Infinitesimalrechnung, die im physikalischen Unterrichte praktische Verwendung finden sollen. Es wird einer längeren Erfahrung bedürfen, um die Wirkung dieser Massnahmen beurteilen zu können.

Unsere Berichte geben ein Bild der heutigen Gestaltung des Unterrichts in den einzelnen Schulgattungen und in den singulären Schulorganismen. Dabei ist auch die darstellende Geometrie, die sich in Oesterreich seit jeher einer guten Pflege zu erfreuen hatte, als Teil des mathematischen Unterrichts einbezogen worden. Des weiteren bringen die Berichte eine kritisch vergleichende Uebersicht über die an den Mittelschulen und ihnen nahe stehenden Anstalten gebräuchlichen mathematischen Lehrbücher. Ein besonderer Bericht ist der Stellung der Mathematik im physikalischen Unterricht gewidmet, wo das richtige Verhältnis zwischen naturwissenschaftlicher Anschauung und mathematischer Deduktion immer noch eine umstrittene Frage bildet. Von dem Grundsatz geleitet, dass für den Fortschritt auf unterrichtlichem Gebiete in erster Linie die Qualität der Lehrer massgebend ist, hat unsere Kommission auch zwei Berichte veranlasst, die sich mit der Frage der Heranbildung der Mittelschullehrer mathematischer Fachrichtung beschäf-

tigen; einer dieser Berichte hat die neuesten Massnahmen zum Gegenstande, welche die österreichische Unterrichtsverwaltung in dieser Richtung getroffen hat.

Indem ich die Berichte auf den Tisch des Hauses lege, spreche ich die Hoffnung aus, dass wir aus unserer Beteiligung an dem grossen internationalen Unternehmen für die Zukunft unserer Schulen grossen Nutzen ziehen werden. Es sei mir aber auch gestattet, dem Wunsche Ausdruck zu geben, dass unsere Berichte einen kleinen Beitrag liefern mögen zu dem hohen Ziele, das dem Kongress bei Einsetzung der Internationalen Kommission für den mathematischen Unterricht vorgeschwebt hat. »

Belgique. — Le délégué belge M. J. NEUBERG ayant été empêché pour des raisons de santé de se rendre à Cambridge, M. CLEVERS, professeur à l'Athénée royal de Gand, a été chargé de le remplacer. Il dépose le premier volume des rapports de la Sous-commission belge et résume à grands traits les quatre rapports qui y sont contenus et dont on trouvera la liste plus haut. Deux autres rapports paraîtront sous peu; ce sont ceux de MM. Rombaut « Sur les mathématiques dans les Ecoles industrielles et professionnelles » et de M. J. NEUBERG « Sur les mathématiques dans l'enseignement supérieur ».

Brésil. — M. R. GABAGLIA, délégué, annonce que le Gouvernement brésilien adhère officiellement à la Commission internationale; puis il donne un aperçu de l'organisation des études dans son pays. Une étude complète, portant sur l'ensemble des établissements fournissant un enseignement mathématique, sera publiée d'ici au prochain congrès.

Danemark. — En l'absence du délégué, M. le Prof. P. HEEGAARD, empêché d'assister au Congrès, le Secrétaire-général présente le volume contenant les rapports sur l'enseignement mathématique en Danemark. Rédigé d'abord en danois, sous la direction de M. Heegaard, les rapports ont ensuite été traduits en allemand. Ils fournissent un tableau très complet des tendances actuelles qui se manifestent dans l'enseignement mathématique de ce pays.

Espagne. — Le nouveau délégué espagnol, M. RUEDA (Madrid), nommé en remplacement de M. G. de Galdeano, a été empêché d'assister à la réunion. Parlant en son nom, M. O. de TOLEDO présente le premier volume des mémoires rédigés par la Sous-commission espagnole. Le second volume, actuellement en préparation, comprendra notamment les rapports sur l'enseignement mathématique dans les lycées, dans les écoles d'ingénieurs et dans les écoles militaires.

Etats-Unis. — M. J. W. A. YOUNG (Chicago) dépose le volume renfermant les travaux de la Sous-commission américaine et donne lecture du rapport ci-après:

The Report of the United States of North America. — I. *Address of presentation.* The American Report has already been published in full and widely circulated, so that only a few words are needed in making its formal presentation to the Congress.

The Report consists of a general report giving a bird's eye view of the

entire field and twelve special reports, each subdivided further, giving detailed views of particular fields and together covering the entire ground of mathematical instruction in the United States. In the preparation of these reports, nearly 300 of the leading mathematicians and teachers of the country have collaborated.

The excellent « Preliminary Report » of the Central Committee was in the hands of all as sounding the keynote and giving the general program of the work. Accordingly the reports are essentially descriptive in character giving an account both of actual conditions and present day tendencies, but making no attempt to provide solutions for the problems, large and small, with which the United States has to deal. Naturally, however, many such problems have been mentioned in the reports. These latter must therefore surely prove stimulating and helpful to our country by explicitly bringing the conditions and needs of the entire mathematical field to the simultaneous attention of the whole country in a single, systematic presentation.

Time will not permit me to speak to-day of more than one of the problems in the teaching of mathematics which the United States now confront. In this international gathering, perhaps the most interesting one to mention, is one springing out of the exceptional measure of freedom which American educational institutions enjoy. There are in the United States thousands of independent centres of educational authority, each legally as free to treat its work without regard to any other or to any common superior, as are England, Russia and Japan. This absence of central authority and legislation with its attendant constraint, is accompanied by a corresponding absence of central and authoritative study of problems with its attendant stimulus and helpfulness. How to secure for the work in mathematics some of those benefits which can be attained only by concerted study and action, without sacrificing an undue measure of that local liberty which the spirit of the country demands, is one of the most serious problems now confronting the United States.

Mr Chairman: I have the honor now formally to present to the Congress, the Report of the United States of North America.

II. *Written sketch of American conditions.* In the United States of North America there are 48 States, each of which is self-governing, except in those items specially entrusted to the central Government by the Constitution. Among these items the formation and administration of an educational system is not found. Consequently there exists no national authority in educational matters in the United States, the largest unit of authority being the State. That there are not 48 or more widely different educational systems in the country, that a large measure of uniformity does exist in the educational work of the whole country, that it is possible to speak of a single educational system found (with local variations) throughout the whole country, is due simply to the homogeneity of thought and life of the country and not to any constitutional requirement.

Normally the pupil passes in order through the following types of schools: *Kindergarten*, 3 years: (age at entrance 3 years); *Elementary School*, 8 years: (age at entrance 6 years); *Secondary School*, 4 years: (age at entrance 14 years); *College, or institution of Collegiate rank*, 4 years: (age at entrance 18 years); *University, or institution of University rank*, 3 or more years: (age at entrance 22 years). Generally speaking, the completion of the work of an elementary school is required for admission to a second-

dary school; similarly, completion of the work of a secondary school is prerequisite for admission to an institution of collegiate rank, and finally the diploma of a collegiate institution is the basis of formal admission to university work. There is practically but one type of the elementary school, which is the common basis for all subsequent work. In the other institutions there are various types and curricula, but generally speaking it is possible to pass (with more or less supplementary work) from any type of secondary school to any collegiate institution and thence to any university, or to change from one type of institution or curriculum to another while passing through it.

One of the gravest problems of American instruction in mathematics, from the lowest to the highest, is that of the adequate preparation of the teachers. This is, of course, more or less of a problem everywhere, but the peculiar difficulty of American conditions will appear from a study of our reports. Suddenly, within less than two generations, a nation has been confronted with the demand for universal education. This demand would be serious enough with a population that was static as to numbers or static as to residence; but when the population has been multiplied by three, when children have been continually changing from place to place, when the school has had to teach not only mathematics but also conversational English to the children of a million immigrants a year, when the country has had not only to maintain its schoolhouses on the original territory but to provide for a million square miles besides, and when the increase in trade, in manufacture, and in wealth in general has been such as to draw its most active men into business, the solution of the educational problem has not been a simple one. Since the best type of men could not be secured in any considerable number, owing to the financial opportunities offered by a new country, since teaching was one of the few financial openings for women, and since in the earlier school years the work of the woman is more satisfactory than that of the man, there has come about a state of affairs not to be found in any of the older countries. To-day four-fifths of the teachers in our elementary schools are women, and only a relatively small number remain in the profession more than a few years. The problem of training such an army of women teachers, most of whom remain in the schools but a relatively short time, has been and is one of great difficulty, and its influence upon American education in general and upon elementary mathematics in particular is serious.

The question of improving the work in arithmetic has been much agitated during recent years, and this agitation has led to several good results. In the first place, the past quarter of a century has seen a weeding out of most of the obsolete applications of arithmetic. To-day it must be said for the subject that a large per cent of the problem material represents modern conditions of life, and is of a sufficiently varied character to meet the reasonable needs of all classes.

A second improvement of great importance has resulted from the consideration of child psychology. Apart from details of no particular significance, one feature stands out prominently — that the subject-matter of arithmetic is better arranged than formerly to arouse the interest and to meet the immediate needs of the child.

A third point worthy of mention is the growing recognition of the fact that no textbook can meet all local conditions with respect to appropriate

material for problems. Teachers are recognizing the value of themselves securing practical problems that represent the industries of their respective localities, both for the interest that they have for the pupils and for their value in the life of the community. With the abandonment of a number of obsolete topics during the past quarter of a century has come the possibility of reducing the time devoted to arithmetic, of supplying other topics of the modern businessworld, or of taking advantage of this saving of time by introducing a year of algebra and geometry. As a matter of fact, all three of these results have been partly attained.

The rapid growth of industry in recent years has had its effect upon the mathematics of the elementary schools, chiefly in respect to the nature of the topics and problems in the last two years (the seventh and eighth grades). The early occupations of the people of the country were agriculture and retail trade, and the topics of arithmetic were selected accordingly. At present the urban population is increasing much more rapidly than the rural, and industry has come to be controlled by large corporations. As a result, the agricultural problem is less in vogue, and the problem of the city and industrial type is more prominent.

The secondary schools of the United States may be classified as general and technical, the former having general culture as their primary aim, while the latter aim to prepare more or less directly and completely for certain occupations. As the technical schools have arisen largely during the past decade only, and are of the most varied character, their diverse curricula are as yet in the earliest stages of their evolution, and the problem of the modification of the work in mathematics as found in the general schools, so as to adapt it more effectively to the purposes of the various types of technical schools, is one that now calls for careful study.

The last few decades have witnessed no thorough-going remodelling throughout the United States of the secondary curriculum in mathematics at all comparable with those that have taken place in several European countries. A great interest in improving the work in mathematics has recently been aroused, however, due in no small degree to the world agitation of the International Commission.

The curriculum in mathematics in secondary institutions with a full course of four years varies but little in the great majority of cases from the following average :

First year : First Course in Algebra.

Second year : Plane Geometry begun and completed.

Third year : First half year, Second Course in Algebra (through, quadratics).

Second half year, Solid Geometry begun and completed.

Fourth year : First half year, Third Course in Algebra.

Second half year, Plane Trigonometry.

The Courses of the first two years are generally required, the others are usually elective.

Marked tendencies to change the curriculum in various details are distinctly noticeable in the country, and seem to be gaining in strength. Thus, there are tendencies to omit geometric proofs that are either obvious or too difficult; to transfer the more difficult portions of the algebraic matter hitherto given in the first year to a later year; to avoid algebraic manipulations, of greater complexity than is requisite to prepare pupils thoroughly

for the work that lies beyond; to give more prominence to the equation; and to introduce more problems from physics and other sciences and from practical life. It has also been proposed to redistribute the subject-matter of algebra and geometry as now taught in the secondary schools (without altering either the ground ultimately covered or the total amount of the time given to mathematics) so that algebra and geometry should be taught simultaneously during the years in which they are now taught successively. This question, the answer to which depends largely upon the preparation of teachers and other local conditions, should have serious consideration in the near future.

It has been suggested that with a little enrichment of collegiate instruction, it would be possible to require the following minimum preparation for teaching in the secondary schools :

- a) Trigonometry, college algebra, analytic geometry.
- b) Surveying, or descriptive geometry, or elementary astronomy.
- c) The differential and integral calculus with applications to geometry, mechanics and physics.
- d) Modern geometry.
- e) The elements of analytic mechanics.
- f) The elements of theoretic and laboratory physics.
- g) Algebra from a modern standpoint.
- h) One or more courses introductory to important fields of modern mathematics.
- i) One or more courses on the history of mathematics.
- j) One or more courses on the teaching of mathematics.

The requirements in mathematics with which all pupils who are to be admitted to the better colleges and technological schools of the country are to-day obliged to conform are elementary algebra through quadratic equations, plane geometry, and sometimes solid geometry. In the first collegiate year, additional algebra, trigonometry and analytic geometry are usually successively taught. In the first course in the calculus, generally taken in the second year, the integral as the limit of a sum is introduced at an early stage, and numerous applications of the calculus to centers of gravity, moments of inertia, fluid pressures, attractions, kinetic energy, catenaries and arches, strings on rough surfaces, and the dynamics of a particle, as well as to the traditional subject of curves and surfaces — differential geometry — are taken up. It is in the course in the calculus that the convergence of infinite series and the application of power series to computation and to the development of functions are treated. This work is generally elective save in schools of engineering. The elective courses also include those courses which are usually taken just after the first course in the calculus or simultaneously with it, namely: a) Modern geometry; b) Mechanics; c) Second Course in the calculus; d) Differential equations; e) Determinants and the theory of equations. To these may be added descriptive geometry and surveying. In technological schools some of these courses are prescribed for certain classes of students.

The purpose of advanced instruction has been well defined as fourfold:

- I. To impart knowledge.
- II. To develop power and individual initiative.
- III. To lead the student to express adequately and clearly what he knows.
- IV. To awaken the love of knowledge and to impart scholarly ideals.

The requirements for the master's degree almost invariably consist in at least one year's work beyond a bachelor's degree granted by an institution of good standing. The work must be largely in one field, as, for example, in mathematics.

For the doctor's degree a distinctly higher requirement is enforced. In all American universities of good standing it is distinctly a research degree. In several of the stronger universities it has a standard at least as high as the best European standards.

France. — M. C. BOURLET (Paris) excuse tout d'abord M. A. de Saint-Germain, président de la délégation française, puis il donne un aperçu des cinq volumes publiés par sa Sous-commission et rappelle les remarques générales sur l'enseignement mathématique en France qu'il avait fournies l'année précédente à Milan.

Compte rendu sommaire des publications de la Sous-commission. — Ces publications consistent principalement en une série de rapports répartis en cinq volumes qui sont consacrés le 1^{er} à l'enseignement primaire, le 2^e à l'enseignement secondaire, le 3^e à l'enseignement supérieur, le 4^e à l'enseignement technique, le 5^e à celui des jeunes filles. Chaque rapporteur indique l'organisation, les programmes, les méthodes, les tendances et les améliorations qui lui semblent désirables pour la section dont il s'occupe. Il est entendu, quand je parlerai d'une école, d'une classe, que j'envisage exclusivement l'enseignement mathématique qui y est donné. La préparation des maîtres n'a pas été étudiée dans un livre spécial, mais, pour chaque section, elle l'est dans le volume correspondant. J'ajoute qu'à la fin des volumes 1, 2, 4 nous donnons, d'après le Cercle de la librairie française, la liste des principaux livres classiques utilisés dans les enseignements qui s'y rapportent.

Le 1^{er} volume, 87 p. a été publié sous la direction de M. Bioche, qui donne d'abord un tableau général des établissements français où les mathématiques sont enseignées. Puis viennent un rapport sur les Ecoles primaires élémentaires, un rapport étendu sur les Ecoles primaires supérieures, à la fois théoriques et pratiques (M. TALLENT), un autre sur les Ecoles normales d'instituteurs (M. VAREIL), enfin une note sur l'Ecole normale de St-Cloud, qui est comme l'Ecole normale supérieure de l'enseignement primaire.

Le 2^e volume, 159 p. est encore dû à M. Bioche; il comprend toutes les parties des sciences mathématiques qui sont enseignées dans nos lycées et collèges et qui, dans d'autres pays, sont réparties en deux sous-sections. Nous trouvons d'abord une dissertation de M. Bioche sur la place et l'importance des mathématiques dans l'enseignement secondaire français; puis un important rapport de M. BLUTEL sur la classe de mathématiques spéciales, qui n'a guère d'équivalent dans les autres pays et qui, à vrai dire, devrait ressortir à l'enseignement supérieur. Viennent ensuite cinq monographies relatives à l'arithmétique, à l'algèbre, à la géométrie, à la mécanique élémentaire et à la cosmographie; enfin un rapport sur l'Ecole des Roches, type d'écoles privées, dites nouvelles, où on se préoccupe grandement de l'éducation physique des élèves.

Le 3^e volume, 123 p. a été publié sous la direction de M. de SAINT-GERMAIN. Après un aperçu général sur l'enseignement mathématique supérieur en France, nous trouvons quatre rapports consacrés à l'enseignement de

nos Universités : 1^o les parties fondamentales, calcul différentiel et intégral, mécanique rationnelle, astronomie; 2^o les parties de l'ordre le plus élevé avec une suite de programmes; 3^o les diplômes d'études supérieures; 4^o les Instituts techniques annexés à plusieurs Facultés des sciences. On remarquera que chez nous la mécanique est rattachée aux sciences mathématiques plutôt qu'aux sciences physiques. Viennent ensuite un rapport du regretté J. TANNERY sur l'Ecole normale supérieure, où se forment les professeurs de nos Lycées et les maîtres de nos Universités; puis une note sur le Collège de France et cinq rapports relatifs à l'Ecole polytechnique et à plusieurs écoles qui s'y rattachent: Ecole des Ponts et Chaussées, Ecole supérieure des Mines à Paris, Ecole des Mines à St-Etienne, Ecole du Génie maritime.

Le 4^e volume, 212 p., a été publié par M. ROLLET, directeur de l'Ecole professionnelle Diderot, à Paris, qui expose d'abord l'organisation générale des établissements d'enseignement technique ou professionnel. Ces établissements, qui dépendent plus ou moins étroitement du Ministre du Commerce et de l'Industrie, pourraient être classés en trois groupes, primaire, secondaire, supérieur: au premier appartiennent les Ecoles pratiques de Commerce et d'Industrie (3 rapports) et les Ecoles nationales professionnelles (2 rapports); au deuxième les Ecoles commerciales, créées par les Chambres de Commerce (1 rapport), et les Ecoles nationales d'Arts et Métiers, dont chacune des trois années d'études fait l'objet d'un rapport détaillé; du groupe supérieur relèvent le Conservatoire des Arts et Métiers et l'Ecole centrale des Arts et Manufactures; l'un et l'autre sont l'objet d'un rapport. Dans tous ces établissements on ne perd pas de vue le rôle éducatif des mathématiques, mais on se préoccupe avant tout de leur rôle pratique, ce qui permet d'aborder des matières d'ordre élevé, telles que l'analyse infinitésimale dans les Ecoles d'Arts et Métiers. Il n'y a pas encore d'école normale technique.

Le 5^e volume, 95 p. est dû à M^{lle} AMIEUX, professeur au Lycée V. Hugo, à Paris. Dans deux importants rapports, M^{lle} Amieux et M^{me} Baudent étudient les lycées et collèges de jeunes filles et constatent que leurs élèves ont de réelles aptitudes pour les mathématiques, dont il faut, par conséquent, développer l'étude. M. Appell parle de l'Ecole normale de Sèvres. Puis un rapport sur l'enseignement professionnel, qui est en voie d'organisation, enfin cinq rapports très sommaires relatifs à l'enseignement primaire et à l'Ecole normale de Fontenay-aux-Roses.

Grèce. — M. C. STEPHANOS, délégué, retenu dans une autre section du Congrès, se fait excuser. Jusqu'ici la Grèce n'a publié aucun rapport. Le délégué espère que d'ici au prochain Congrès, il lui sera possible de publier un rapport concernant l'enseignement mathématique en Grèce.

Hollande. — M. le Prof. J. CARDINAAL (Delft), délégué, présente le *Rapport sur l'Enseignement mathématique dans les Pays-Bas*. Le volume comprend, en 151 pages, un exposé de l'état de cet enseignement aux écoles des types suivants:

l'école primaire;

les « Burgeravondscholen » (écoles du soir), écoles professionnelles, écoles de dessin, écoles professionnelles pour filles et écoles techniques; les écoles de marine;

les écoles moyennes à 3 années d'études ;
 les écoles moyennes à 5 années d'études ;
 les écoles moyennes pour jeunes filles ;
 les gymnases ;
 les universités ;
 l'académie technique ;
 les instituts militaires de l'armée de terre ; l'école de machinistes pour la marine ; l'institut royal de marine,
 et enfin un rapport complémentaire sur les propositions de la Commission d'Etat, pour la réorganisation de l'enseignement.

Vu la rédaction déjà très sommaire du rapport, il semble impossible d'en donner encore un raccourci, d'ailleurs, comme l'indique l'addition du « rapport complémentaire », une réorganisation de l'enseignement en entier est projetée ; on en trouve les tendances générales dans ce complément même.

Nous pourrions ajouter que ces projets ne sont pas encore proposés aux Etats-Généraux, qu'ils ont donc eu tout le temps d'être discutés par les professeurs, des diverses branches de l'enseignement et devant l'opinion publique. Ces discussions ont généralement pris la forme de critiques, parfois de critiques très véhémentes. Mais il faut dire que ces critiques viennent avec véhémence égale des côtés les plus opposés les partisans de la culture classique protestant contre la négligence de cette culture, les gens des sciences exactes se plaignant des préférences qu'ils voient accordées aux branches classiques.

Ce qui revient peut-être à dire que la Commission qui a formulé les projets, ne pouvant satisfaire tout le monde, a trouvé le juste compromis qui doit être imposé à tout le monde.

Hongrie. — *Kurzer Bericht über die Tätigkeit der ungarischen Subkommission*, von E. BEKE. — Die Organisation der Reformtätigkeit in Ungarn wurde schon zwei Jahre vor dem IV. Math. Kongresse angefangen, als der Verein der Mittelschulprofessoren eine Kommission einsetzte um die Reform des math. Unterrichtes, wohl nur im Hinblick auf die Gymnasien und Realschulen, zu behandeln. Diese Kommission, vollbrachte teilweise ihre Aufgabe, als sie in einem grösseren Werke, welches auch in deutscher Sprache (Teubner's Ausgabe) erschien, die sämtlichen, bei uns aktualen, und mit den Reformbestrebungen in engem Zusammenhange stehenden Fragen des math. Unterrichtes in einzelnen Referaten und in zusammenhängenden Beschlüssen veröffentlichte. Dieselbe Kommission wurde mit einigen Zuziehungen zur Subkommission der I. M. U. K. und in dieser Zusammensetzung debatierte sie ihre Tätigkeit auch auf andere Unterrichtsanstalten aus.

Hier will ich nur in aller Kürze erwähnen, dass ausser der genannten grösseren, auf die Gymnasien und Realschulen, sowie auf die Lehrerbildung sich beziehenden Werke bisher acht Referate erschienen, und noch drei druckfertig sind. In diesen wird der jetzige Zustand des math. Unterrichtes in den verschiedenen Schulgattungen behandelt. Ich hebe besonders das Heftchen über das Mustergymnasium hervor, welches eine Institution behandelt, die anderswo in dieser Form nicht vorzutreffen ist. In dieser Schule wird nämlich ein ziemlich grosser Teil der angehenden Mittelschullehrer nach Absolvierung ihrer Universitätsstudien praktisch ausgebildet.

Ich möchte noch besonders hervorheben, dass wir vor einigen Wochen im Rahmen der Generalversammlung des ungarischen Mittelschulprofessoren-

Vereins eine eingehende Besprechung der Reformbestrebungen hatten. Zu diesem Zweck stellten wir etwa 30 Fragen an die Mittelschullehrer, welche sich auf die sämtlichen Fragen der Reform, besonders auf die in unserem genannten Werk behandelten Unterrichtsfragen bezogen. Es liefen, trotz der kurzen Zeit eine ziemliche Anzahl von Antworten ein, und auf Grundlage dieser Antworten hielten wir eine zwei Tage dauernde Besprechung, um allen Lehrern Gelegenheit zu geben, sich über ihre bisherigen Erfahrungen zu äussern. Diese Besprechung war über alle Erwartungen gelungen. Es wurde klar, dass die internationale Bewegung, welche von dieser Kommission ausging, bei uns in Ungarn ohne jedweden officiellen, administrativen Eingreifen, tiefe Wurzel geschlagen, dass in vielen Schulen des Landes der math. Unterricht in dieser kurzen Zeit mit gutem Erfolg umgestaltet wurde : die praktische Seite des Unterrichtes besonders berücksichtigt, mathematische Experimente durchgeführt, der Funktionsbegriff von Anfang an angewendet, die Differential- und Integralrechnung in vielen Schulen behandelt, das wirtschaftliche Interesse entwickelt, Geometrie und Algebra besser verschmolzen, das rein formalistische Element zurückgedrängt wird, jedoch ohne den logischen Aufbau der Mathematik — welche aus allgemeinen pädagogischen Rücksichten als eine wichtige Aufgabe des Unterrichtes ist — stark zu schädigen.

An dieser Besprechung, an welcher die Lehrer in ungewöhnlicher Zahl, und mit besonderem Interesse teilnahmen, wurden auch einzelne, auf die Einrichtung des Unterrichtes, methodische Verbesserungen, sowie auf die Lehrerbildung sich beziehenden Beschlüsse gebracht, die ich nicht einzeln besprechen will.

Ich will nur noch die Ueberzeugung beinahe sämtlicher ungarischer Lehrer aussprechen, dass schon die bisherige Tätigkeit der I. M. U. K. auf den math. Unterricht befruchtend einwirkte. Um den Erfolg noch zu steigern, und den Anschluss sämtlicher Lehrer zu sichern, gedenken wir, wenn wir über die nötigen materiellen Mittel verfügen werden, von den bisher erschienenen Publikationen der I. M. U. K. die wichtigsten Gedanken in zusammenfassender Weise den ungarischen Lehrern zur Verfügung stellen, dass es zum Gemeingut werde.

Wir im Ungarn hegen die Hoffnung, dass die I. M. U. K., welche die breite wissenschaftliche Grundlage der Reform schon beinahe fertig brachte, in ihrer weiteren Tätigkeit im engen Anschlusse an die Lehrer, und, von nun an auch wenn nötig, mit den Unterrichts-Verwaltungen, die bisherigen Resultate ins praktische Leben übertragen wird.

Iles britanniques. — Les deux volumes renfermant le rapport de la Sous-commission britannique ont été présentés par M. C. GODFREY (Woolwich) qui s'est exprimé en ces termes :

« The object of the British Sub-commission has been to secure, in time for presentation to the Commission, a series of Reports showing the actual condition of mathematical education in this country.

The examination system of this country is regarded as a valuable means of encouraging sound instruction and of transmitting important ideas.

An important part of the Report is devoted to a critical discussion of activities in this direction.

Those devoted to mathematics as a science, those employing mathematics as an art, and those concerned with the development of the immature mind

have different points of view and their action consequently tends to diverge.

This divergence appears clearly from several portions of our Reports.

If the consideration which it is to be hoped that the Report will receive from every class of mathematician or teacher of mathematics in this country leads to a diminution of this divergence, and to an acknowledgment by each party that the views of the others merit partial recognition or at least consideration, the Report will serve its purpose although the date may yet be distant when these distinct aims will find complete reconciliation in an acknowledged sequence of work in elementary mathematics. »

Italie. — M. G. CASTELNUOVO, délégué, rappelle que l'an dernier, au Congrès de Milan, la Sous-commission italienne avait présenté les rapports de MM. SCARPIS et FAZZARI, sur l'enseignement secondaire classique (2 fasc.), de M. SCORZA, sur les instituts techniques (Oberrealschule), et de MM. PINCHERLE et SOMIGLIANA, sur l'enseignement universitaire. Depuis la dernière réunion six nouveaux rapports ont été achevés :

1. LAZZERI. *L'insegnamento della matematica nelle Scuole industriali, professionali e commerciali.*

2. LAZZERI. *L'insegnamento della matematica nella R. Accademia Navale di Livorno e nella R. Accademia Militare di Torino.*

3. CONTI. *L'insegnamento della matematica nelle Scuole Normali.*

4. CONTI. *L'insegnamento della matematica nelle Scuole infantili ed elementari.*

5. PADOA. *Osservazioni e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle Scuole elementari, medie e di magistero.*

6. SCORZA. *Sui libri di testo di geometria per le Scuole scolarie superiori.*

L'article 1 envisage un groupe d'écoles qui ont été instituées dernièrement, grâce à des initiatives locales, pour répondre aux exigences de la vie commerciale et industrielle de l'Italie. Ces écoles ne sont pas jusqu'ici organisées d'une manière uniforme. C'est pourquoi M. Lazzeri a dû se borner à exposer les buts que se proposent les différentes écoles, et à rapporter les programmes d'une école moyenne de commerce (Florence) et d'une école supérieure de commerce (Bari). M. Lazzeri signale en outre quelques considérations de M. Ciamberlini, qui enseigne les mathématiques dans un institut industriel et introduit avec avantage dans son cours les notions de fonction et de représentation graphique.

Dans l'article 2 M. LAZZERI parle des différentes conditions d'admission qui ont été successivement imposées à l'Académie Navale après sa fondation (1881), en conséquence desquelles les premiers cours de cet institut avaient, dans une première phase, le caractère des cours des écoles moyennes supérieures (géométrie élémentaire par la méthode *fusionniste*), et dans une seconde phase le caractère des cours universitaires avec la condensation (algèbre et calcul infinitésimal, géométrie analytique et projective) qu'on tend maintenant à introduire, même dans les Universités, pour la préparation des élèves ingénieurs. Quelques lignes sont consacrées à l'Académie militaire de Turin, où le programme des mathématiques comprend les matières des deux premières années de l'Université, convenablement réduites. A signaler la réunion de la géométrie analytique et projective avec les applications géométriques du calcul, en faisant usage systématique des vecteurs.

M. CONTI dans l'article 3 fait un examen diligent des règlements qui ont été appliqués successivement aux Ecoles normales, ayant pour but la préparation des maîtres des écoles élémentaires. Les mathématiques ont dans ces écoles à peu près la même extension que dans les cinq classes de nos gymnases ; mais le professeur doit exposer en même temps comment les éléments de l'arithmétique et la nomenclature géométrique doivent être enseignés aux élèves des écoles élémentaires. Le rapport contient en outre les vœux qu'on a formulés dernièrement au sujet de la réforme des écoles normales.

Dans l'article 4, M. Conti, après avoir remarqué que dans la plupart des écoles d'enfants la méthode de Fröbel est adoptée, fait ressortir les perfectionnements successifs qu'ont subis les programmes des écoles élémentaires, jusqu'aux derniers (de 1905) où la méthode intuitive-expérimentale est imposée pour l'enseignement des notions géométriques, tandis que le but pratique est envisagé pour ce qui concerne l'arithmétique.

L'auteur de l'article 5, M. PADOA, n'appartient pas à la Sous-commission italienne. On lui a cependant demandé un rapport, car il est l'un des meilleurs représentants de l'école de logique-mathématique, et il a eu la chance d'expérimenter avec succès quelques-uns des préceptes de celle-ci dans tous les ordres d'écoles moyennes. M. Padoa présente dans son article un plan organique de réforme de l'enseignement mathématique dans les écoles élémentaires et moyennes. Dans les premières écoles il voudrait que le maître se proposât presque exclusivement le but d'habituer les élèves à accomplir exactement et rapidement les opérations de l'arithmétique. L'enseignement des mathématiques dans les écoles moyennes devrait être partagé en trois phases : préparatoire, déductive, complémentaire, comprenant respectivement 3, 3 et 2 années. Dans la phase préparatoire le professeur devrait exposer les notions essentielles de l'arithmétique et de la géométrie en recourant à l'intuition et à l'expérience, sans donner aucune démonstration. La seconde phase devrait être exclusivement déductive, sans faire jamais recours à l'intuition ou à l'expérience. La phase complémentaire aurait un caractère différent, d'après la section du lycée (classique, moderne ou scientifique) à laquelle elle se rapporterait (considérations sur les principes des mathématiques, notions sur les fonctions, compléments d'algèbre et trigonométrie).

M. SCORZA, dans l'article 6 (sous presse), après avoir rappelé les dispositions ministérielles de 1867, par lesquelles les Eléments d'Euclide ont été imposés pour quelque temps comme livre de texte dans nos écoles classiques supérieures, et les règlements successifs qui exigeaient seulement un traité conforme à la méthode d'Euclide, fait ressortir les perfectionnements que les meilleurs traités italiens ont portés à l'œuvre classique du géomètre grec. Après quelques considérations générales, M. Scorza passe en revue les méthodes suivies par les principaux auteurs pour exposer les théories les plus délicates de la géométrie élémentaire ; à savoir : la théorie de l'égalité, la théorie de l'équivalence, et la théorie des proportions. M. Scorza parvient ainsi à faire une classification, à ce point de vue, des principaux traités italiens de géométrie élémentaire.

Japon. — M. R. FUJISAWA, délégué, tient à rappeler les conditions particulièrement difficiles dans lesquelles la Sous-commission japonaise a dû accomplir son travail. Constituée très tardivement à la suite de différentes

velle année scolaire. Jusqu'à présent les affaires concernant l'instruction primaire, secondaire et supérieure dépendaient du Ministre de l'intérieur, tandis que les écoles spéciales dépendaient du Ministère des travaux publics. Le Gouvernement vient de présenter aux Chambres un rapport de loi en vue de créer un ministère de l'instruction publique. On attend que ce projet soit approuvé pour compléter les règlements nécessaires à l'exécution des réformes décidées par le Gouvernement provisoire. Dans ces conditions il était préférable de retarder la publication des rapports portugais.

Roumanie. — M. G. TZITZEICA, délégué, rapporte. — La Sous-commission roumaine a publié un fascicule sur les mathématiques dans l'enseignement secondaire. Ce rapport contient l'organisation actuelle de l'enseignement secondaire, avec des indications succinctes sur les programmes et sur la préparation des professeurs.

Pour les autres catégories d'écoles, la Sous-commission a ajourné ses travaux, parce qu'elles sont en pleine réorganisation. On vient en effet de compléter l'enseignement élémentaire par des classes complémentaires, et une loi concernant l'enseignement supérieur vient d'être votée par le Parlement.

Russie. — La délégation russe n'ayant pas pu se rendre au Congrès, les rapports sont présentés par le Secrétaire-général. Au Congrès de Milan, M. COIALOVITSCH, l'un des délégués, avait déposé cinq fascicules renfermant sept rapports. Depuis cette époque, un nouveau fascicule, contenant trois rapports, a été distribué aux membres de la Commission. Il traite des établissements de jeunes filles et des écoles industrielles. Il reste sous presse ou en traduction sept autres rapports.

Serbie. — M. M. PETROVITSCH, délégué, annonce que la Serbie compte publier aussi un rapport sur l'état actuel de l'enseignement mathématique et les réformes à réaliser.

Suède. — Le Secrétaire-général rapporte au nom de M. H. v. Koch, délégué, retenu par une séance de la section d'analyse du Congrès. C'est la Sous-commission suédoise qui, la première, a terminé les rapports sur l'enseignement mathématique dans les différents types d'écoles de ce pays. Le volume, intitulé *Der mathematische Unterricht in Schweden*, a été publié sous la direction de M. H. v. Koch et G. GÖRANSSON. Voici un extrait de la Préface rédigée par M. v. Koch :

« Die Frage nach dem Ziel des mathematischen Unterricht in der Schule und in Verbindung damit die Nachforschung der geeignetsten Art des Anordnens dieses Unterrichts werden seit lange in pädagogisch interessierten Kreisen Schwedens debattiert. Es hat Wortführer der Meinung gegeben, dass die Mathematik hauptsächlich eine Gehilfin des praktischen Lebens und gewisser Künste und Wissenschaften sein sollte; diese wünschen deshalb aus dem Lehrfache die Teile auszumerzen, die dieser Forderung nicht entsprechen. Es hat auch nicht an Vertretern der entgegengesetzten Ansicht gefehlt, dass die wichtigste Aufgabe der Mathematik in der Schule sei, das Denkvermögen des Schülers sowohl in formaler als realer Hinsicht zu entwickeln; die letzteren arbeiten für die Umwandlung des Unterrichts in dieser Richtung. Diese entgegengesetzten Bestrebungen wurden von

wechselnden Erfolg gekrönt und gegenwärtig steht wohl die Sache im allgemeinen so, dass beide Gesichtspunkte in der Anordnung des Unterrichts in den verschiedenartigen Schulen eine gewisse Anerkennung erlangen.

« Als besonders wichtig von den erwähnten Gesichtspunkten aus hebt man mit Recht den Funktionsbegriff nebst den zugehörigen graphischen Darstellungen hervor, und in letzterer Zeit hat man bei uns wie in den übrigen Kulturländern die Bedeutung dieses Begriffs auch für die Lebensanschauung und dadurch indirekt für die Entwicklung des Charakters der Jugend ins Auge gefasst. Man weist nach, dass dieser Begriff für die Erfassung der Naturerscheinungen und ihres gegenseitigen Zusammenhangs grundlegend und somit auch in entsprechenden Grade für die Erfassung der Erscheinungen des menschlichen Lebens wichtig ist.

« Dass Schweden von der mächtigen Reformbewegung auf dem Gebiete des mathematischen Unterrichts, die im letzten Jahrzehnt ganz Europa durchlaufen hat, nicht unberührt geblieben, stellt sich u. a. durch den neuen in mancher Hinsicht bemerkenswerten Lehrplan heraus, der für die Realschule und das Gymnasium festgesetzt worden ist und worüber der folgende Bericht Aufklärung gibt. Ein wesentliches Merkmal desselben ist die Einführung des Funktionsbegriffs wie auch — für das Realgymnasium — der ersten Anfangsgründe der Infinitesimalrechnung. Die missliche Frage, in welchem Masse die übrigen Teile des Faches beschränkt und umgeformt werden müssen, um dieser Neuerung Platz zu machen, und damit das ganze Fach einer womöglich einheitlichen Behandlung teilhaft werde, wird im erwähnten Unterrichtsplan gestreift, aber hat natürlich ihre endgültige Lösung nicht erhalten können, da es ja an genügender Erfahrung auf dem Gebiete mangelt.

« Nicht zum wenigsten von diesem Gesichtspunkte aus war es mit Zufriedenheit, dass die für die Sache Interessierten die Nachricht empfangen, dass der internationale mathematische Kongress zu Rom im Jahre 1908 beschlossen, eine Kommission für die Erörterung über den Stand des mathematischen Unterrichts in allen Kulturländern einzusetzen. »

Suisse. — En présentant le volume renfermant les rapports de la Sous-commission suisse, M. FERR, délégué, signale les difficultés qu'ont rencontrées les rapporteurs par le fait qu'en Suisse l'instruction publique est du ressort des cantons, au nombre de 22 (19 cantons et 6 demi-cantons).

L'organisation scolaire suisse présente autant de diversité que l'organisation politique des 25 petites républiques. Cette grande indépendance des autorités scolaires cantonales — et quelquefois municipales — permet non seulement de tenir compte des intérêts régionaux, mais elle facilite aussi l'étude de la réalisation de réformes.

Cette diversité présente sans doute aussi des inconvénients à une époque où la population se déplace et change de résidence plus facilement qu'autrefois. Aussi trouvera-t-on dans plusieurs rapports des vœux tendant, non pas à une centralisation de l'organisation, mais plutôt à l'unification des plans d'études dans leurs traits principaux.

Les rapports de la Sous-commission suisse sont au nombre de 12, y compris le rapport préparatoire et l'aperçu général. Ils portent sur l'ensemble des établissements, depuis l'enseignement primaire à l'enseignement supérieur; on en trouvera la liste plus haut.

Nous signalerons ici tout particulièrement l'exposé très complet de

M. Brandenberger concernant les gymnases et les écoles réales, et nous mentionnerons également le rapport de M. Matter sur les écoles nouvelles.

La Sous-commission suisse estime que ces rapports ne constituent en réalité qu'une première étape. Il y a lieu d'en tirer parti et d'examiner les progrès à réaliser dans l'enseignement aux divers degrés en faisant en même temps une étude approfondie des rapports publiés dans les pays voisins. Dans une réunion tenue à Bienne au commencement de juillet 1911, la Sous-commission a étudié un certain nombre de propositions de réformes qu'elle signalera à l'attention des autorités. En outre elle a établi une série de questions qu'il serait utile de mettre en discussion dans les Conférences scolaires et les sociétés de professeurs.

Dans ses propositions de réformes elle insiste d'une manière toute spéciale sur les progrès à réaliser dans la préparation des candidats à l'enseignement. La question, limitée à la préparation pratique, a été mise en discussion le 19 mai 1912, dans une réunion de la Société suisse des professeurs de mathématiques. L'assemblée a adopté, à l'unanimité, la résolution par laquelle la Société attire l'attention des autorités sur la nécessité de fournir aux candidats à l'enseignement une bonne préparation méthodique et pratique. A la suite de ce vœu le conseil de l'Ecole polytechnique fédérale a introduit, à titre d'essai, un cours de méthodologie mathématique accompagné de leçons faites à l'Ecole réelle supérieure de Zurich. C'est M. le Prof. BRANDENBERGER, auteur de l'excellent rapport consacré aux écoles moyennes suisses, qui a été chargé de cet enseignement.

DEUXIÈME SÉANCE

Lundi 26 août, à 3 heures.

Présidence de Sir J.-J. THOMSON (Cambridge).

Ordre du jour :

La préparation mathématique des physiciens à l'Université, rapport de M. RUNGE, professeur de mathématiques appliquées à l'Université de Göttingue. — Discussion.

THE MATHEMATICAL TRAINING OF THE PHYSICIST IN THE UNIVERSITY

Report presented by

C. RUNGE (Göttingen)

The international commission on the Teaching of Mathematics requested me to make an inquiry into the state of the mathematical studies of the students of physics at the universities of different countries. A circular letter was sent out during the winter of 1911-1912 to collect the necessary information, and a number of answers from Italy, Austria, Germany, Switzerland, Holland, England and the United States were received. It is however extremely difficult to form an adequate idea of the state of things in another country with which you are not familiar, because the same term describing the mathematical education may mean very different things when used by different men, so that a description does not convey a very definite idea to the reader. Some countries have developed their educational conditions in so widely different a manner, that it is almost impossible to understand them except by visiting the country and seeing for yourself. In the announcement of his lectures on mathematical physics HELMHOLTZ used to invite the students by saying no other previous knowledge was wanted besides the elements of the calculus. But his so-called elements were by no means considered elementary by his students. In the same way the terms « analytic geometry », « integral and differential calculus », no doubt have a different meaning with my correspondents from different countries. Though vague the report may however help us to get acquainted with the

state of affairs. But I beg to consider it, incomplete and imperfect as it is, only as an introduction leading up to the discussion, which is to follow. I shall follow here the order of the questions in my circular letter. The original text is given in the notes.

I'. — The subjects of mathematical lectures attended by students of physics in their regular course of studies seem to be very much the same almost everywhere. They pass through a fairly complete course of instruction in mathematics, which however has no particular connection with the special work that a student of physics as such ought to do. Analytic geometry, differential and integral calculus, elements of ordinary differential equations, dynamics are taught, the mathematical professors in general paying little attention to the particular needs of physical students. No distinction is made between students of experimental physics and of theoretical physics and there are on these mathematical subjects no special mathematical courses for physicists.

The lectures on dynamics are almost always given by mathematical professors and sometimes also certain other lectures on subjects of mathematical physics. Some of my correspondents bitterly complain of the mathematical training of students of physics in consequence of the professors of pure mathematics ignoring some mathematical theorems and methods, that are of greatest importance to the physicist. Green's and Stokes' theorem for instance ought to be taught in the integral calculus and Fourier's series ought to be treated in a more practical manner and not only as furnishing interesting instances of conditions of convergence. Vector analysis ought to be taught quite regularly by the mathematical professors, so that students should be perfectly familiar with it in their studies in dynamics and mathematical physics. Instead of that some of the mathematical professors spend too much time on the logical foundations of the calculus. Their subtlety is lost on the student who is only beginning to grasp the power of the calculus and ought to be trained to use it. This applies equally to the student of pure mathematics. On the whole there seems to be no need for special mathematical courses for students of physics nor does it seem necessary to compel them to attend more mathematical lectures. But a need seems to be strongly felt for mathematicians and physicists to draw closer together. The spirit of the mathematical teaching should be

¹ Question I: Welche mathematischen Fächer gehören zum regelrechten Studium eines Physikers? Wird in den Anforderungen an die mathematische Ausbildung der Physiker ein Unterschied gemacht zwischen Physikern einer mehr experimentellen und einer mehr theoretischen Richtung? Wird von den Mathematik-Professoren besondere Rücksicht auf die Bedürfnisse der Physiker genommen? Sind besondere mathematische Kurse für Physiker eingerichtet? Wie weit und in welchem Sinne beteiligen sich die Mathematik-Professoren an den Vorlesungen a) über Mechanik b) über sonstige insbesondere moderne Gebiete der mathematischen Physik?

altered, so as to make it more practical and easier to apply to physical problems. At present the gap is very wide and is not tending to close up.

II'. — Modern graphical methods seem to be very slightly introduced except in France and a few other universities. On the other hand descriptive geometry is now provided for, nearly everywhere. In some countries it is even cultivated to such an extent that opposition seems to be awakening. Indeed the work in descriptive geometry has a tendency to overgrow other mathematical branches, if it is not carefully pruned down. Though exceedingly useful in its way as training the power of geometrical intuition the student may become too fond of it and neglect the calculus. Besides there is scarcely any development going on in descriptive geometry, so that little research work is done in connection with it. Whatever the value of descriptive geometry may be, there can be little doubt that graphical methods showing how to represent functions of one and of more than one variable and how to handle them, have at least the same importance for any students of natural philosophy. The physicist in a great many cases has to deal with empirical functions that are conveniently and with sufficient accuracy represented graphically. To approximate them by means of analytical expressions becomes in many cases so tedious that it is out of the question. When these functions enter into mathematical considerations, all operations are best carried on graphically. Engineers have long been in the habit of doing so. But it is only since MASSAU (Gand) and d'OCAGNE (Paris) worked out the methods systematically, that they have become a branch of mathematics. It appears that except in France teachers of mathematics have not yet paid sufficient attention to this remarkable growth of our mathematical power. The methods of graphical integration of any given function of a real or complex variable, of ordinary differential equations and of some partial differential equations should be considered essential parts of the integral calculus. Due attention should be paid to them in every course on the calculus. And there is this second advantage, that it makes the calculus easier. The difficulty of performing the analytical integration of a given function has led to an undue preponderance of differentiation in the teaching of the calculus. The graphical methods restore the natural order. With an empirical function the process of integration is performed easily and accu-

¹ Question II: Wie weit sind auf den Universitäten die modernen graphischen Methoden über graphische Integration und Nomographie verbreitet? Lernen die Physik-Studierenden darstellende Geometrie, numerisches Rechnen, numerische Auflösung von Gleichungen, numerische Auflösung von Differentialgleichungen, Methode der kleinsten Quadrate? Lernen sie den Gebrauch mathematischer Apparate, des Rechenschiebers, der Rechenmaschine, des Planimeters? Geschieht dies in besonderen mathematischen Vorlesungen oder Übungen oder nur beiläufig im physikalischen Praktikum?

tely, while the process of differentiation is much more uncertain. The methods of nomography, if not taught in a special course of lectures might be included in the lectures on coordinate geometry; but it will not do to leave them out altogether.

The *numerical* methods of handling an empirical function are older than the graphical methods and in consequence better known. Nevertheless they are also too much neglected in the mathematical education of the student of physics. The method of least squares is generally taught, but greater stress ought to be laid on the calculus of finite differences, on the numerical solution of equations, on numerical calculation of integrals and the numerical solution of differential equations. The difficulty is that many professors of mathematics have never been in the habit of calculating numerically and seem to have an aversion to teaching their students. Many are not familiar with the handling of mathematical instruments, with the slide rule, the integrator, the planimeter, the calculating machine, and little mention is made of them in the mathematical lectures. The student thus forms a wrong idea of the possibility of carrying out a mathematical operation. As long as he is only interested in mathematical theorems, this does not much matter. But a physicist or an engineer cannot be satisfied with existence-theorems, he wants the actual numerical result for the given data, he has before him. Of course he may learn to calculate in his practical work in the laboratory, and his teachers in physics will to a certain extent take care of this part of his mathematical education. Nevertheless a decided advance could be made, if the mathematical teachers better understood the wants of their students in physics and did not rest satisfied with the proof of a system of theorems. The solution of a mathematical problem is not complete unless it supplies an answer to any intelligent question raised in connection with the problem. It is not sufficient that the answer may be found « by a finite number of operations »; but one must be able to find it without an unreasonable expenditure of work.

The use of the slide rule is commonly learned incidentally in the physical laboratory or in engineering courses and the calculating machine or planimeter may be learned in the same way. But if they were handled in the mathematical courses it would react favorably on the teaching and the students of pure mathematics would profit by it as well.

III¹. — This however is only possible with individual teaching,

¹ Question III: Wie sind die mathematischen Uebungen der Physik-Studierenden beschaffen? Werden sie in der Weise von Laboratoriumsübungen abgehalten durch Ausführen der Aufgaben an Ort und Stelle und steht der Dozent oder seine Assistenten in persönlicher Beziehung zu den einzelnen Studierenden?

which in most of the universities and in most of the mathematical courses is not insisted upon. The organisation of the mathematical exercises ought to be on a similar plan as the exercises in a chemical or physical laboratory. As to descriptive geometry this is recognized everywhere. Nearly everywhere special rooms are provided for the exercises on the drawing board and the professor enjoys the help of assistants to look after each student individually to correct his drawing and to discuss with him his difficulties. The same plan ought to be carried out for exercises in numerical and graphical calculation and for general mathematical exercises. The difficulty that a student finds in his mathematical studies is not so much that of understanding the proof of a mathematical theorem but more that of grasping the contents of it, of seeing its application in a variety of cases, of knowing how to make use of it. For the student of physics or of engineering the power to use his mathematics is of primary importance. Without it he might almost as well dispense with the knowledge of mathematical theorems altogether. They will be an unnecessary burden to his intellect. This power can only be acquired by exercise. Mathematics cannot be learned by lectures alone, no more than pianoplaying can be learnt by listening to a player. It does not seem advisable to leave the exercises to the physical student himself, although he will himself feel the necessity of them, and although his physical studies will bring him in contact with problems where his mathematics are wanted. The better pedagogic no doubt is to combine the theorem with its application, to help the student to find his way back from the generalisation to the single case. It is the single case that he wants to understand, the abstraction has its value only as a means to understand the single case.

In mathematical exercises organized after the usual plan of laboratory work, the teacher is able to help his students in a far more efficient manner than by lectures alone. Each student has his particular way of looking at things and should not be forced to another way unless for good reasons. Written solutions of problems need not be excluded, but the personal intercourse, the discussion of individual difficulties ought to be insisted on. Besides graphical work and the use of mathematical instruments must be shown to each student separately and must be practised for some time under the eye of the teacher.

IV¹. — Most of my correspondents agree in considering this

¹ Question IV: Was sind Ihre eignen Ansichten über die Zweckmässigkeit des gegenwärtigen Unterrichts? Schlagen Sie Aenderungen vor in Bezug auf Ausdehnung oder Einschränkung des mathematischen Unterrichts oder in Bezug auf Unterscheidung der Physik-Studierenden nach Gruppen oder in Bezug auf Unterrichtseinrichtungen?

the only way for the organisation of mathematical exercises. Some express their opinion that the difficulty is not that the students of physics do not learn enough mathematics but rather that they do not learn to apply their mathematics to concrete problems. « There often exists a curious disproportion of which they are well aware between their mathematical ability and the depth and wideness of their mathematical studies. This evil can hardly be remedied by lectures but only by prolonged practise ». Among the exercises the more elementary ones are naturally of greater importance than the more advanced. While only a small minority of students of physics will draw advantage from the highest mathematical studies, all of them will profit by the full possession of the graphical and numerical methods and the ability to use mathematical instruments. These exercises ought to accompany the mathematical lectures of the first two years and ought to constitute an integral part of the mathematical education of the physicist.

To recapitulate, the general opinion seems to be that the mathematical instruction for physical students is very much in need of reform. Large portions of the theoretical matter intended for the pure mathematician might be left out and the attention concentrated on those subjects which are of continual application in mathematical physics. Improvement is to be looked for in the progressive adaptation of the teaching of applied mathematics to the more modern views of Physics on Electricity and Matter. As to the breaking up of students into groups it seems that it is both impracticable and undesirable. There is a limit to the indefinite multiplication of classes owing to the limited numbers of teachers and the limited amount of funds available.

The main danger is the gap between physicists and pure mathematicians that seems to be widening. Mathematics is suffering from overspecialisation and is cutting itself off from Natural Philosophy and Experimental Science. But very little can be done by regulations. What is really wanted is that Mathematical teachers should understand the problems and the needs of the Physicist.

Questionnaire. — Nous croyons utile de rappeler, dans son texte français, le questionnaire distribué l'hiver dernier par M. Runge au nom de la *Sous-commission B*, composée de MM. KLEIN (Göttingue), président, BOURLET (Paris), FEHR (Genève), SIR G. GREENHILL (Londres), COIALOVICH (St-Petersbourg), LEVI-CIVITA (Padoue),

RUNGE (Göttingue), TIMERDING (Braunschweig), WEBSTER (Worcester, E. U.), WIRTINGER (Vienne).

(Extrait de la circulaire de M. le prof. C. RUNGE.) — Objet : *Les mathématiques dans les études universitaires des physiciens.*

1. — Quelles sont les branches mathématiques qui appartiennent à un enseignement régulier destiné au physicien ? Dans la préparation mathématique des physiciens fait-on une différence entre les étudiants qui suivent une direction plutôt expérimentale et ceux qui suivent une voie plus théorique ?

Les professeurs de mathématiques tiennent-ils particulièrement compte des besoins des physiciens ?

Y a-t-il des cours de mathématiques spécialement destinés aux physiciens ?

Dans quelle mesure et à quel point de vue les mathématiciens participent-ils aux cours *a)* de mécanique ; *b)* à d'autres cours et particulièrement à ceux qui se rattachent au domaine moderne de la physique mathématique ?

2. — Jusqu'à quel point les méthodes graphiques modernes d'intégration et de nomographie sont-elles répandues dans les universités ?

Les étudiants en physique sont-ils appelés à apprendre la géométrie descriptive, le calcul numérique, la résolution numérique des équations différentielles et la méthode des moindres carrés ?

Apprennent-ils le maniement d'instruments mathématiques tels que la règle à calcul, la machine à calculer et les planimètres ?

Y a-t-il des cours ou des exercices spéciaux à cet effet ou cet enseignement se fait-il dans les travaux pratiques de physique ?

3. — Quelle est l'organisation des exercices mathématiques destinés aux physiciens ? Ces exercices ont-ils lieu suivant le mode habituel des travaux de laboratoire ? Le professeur ou ses assistants entrent-ils en relation personnelle avec les différents étudiants ?

4. — Quelle est votre opinion personnelle sur l'opportunité de l'organisation actuelle de cet enseignement ?

Avez-vous des propositions à faire au sujet d'une extension ou d'une réduction de l'enseignement mathématique ou au sujet d'une distinction des étudiants en physique en divers groupes ou encore pour ce qui concerne l'organisation de l'enseignement ?

DISCUSSION

Sir J.-J. THOMSON remercie M. Runge de sa belle conférence. Elle a été suivie d'une discussion d'un grand intérêt à laquelle ont pris part MM. P. STECKEL, C. BOURLET, F. ENRIQUES, SIR G. GREENHILL, A.-G. WEBSTER, E. BOREL, SIR J. LARMOR, C. BICHOE, A.-E.-H. LOVE, E.-W. HOBSON, G.-A. GIBSON, SIR J.-J. THOMSON et C. RUNGE. En outre, afin de ne pas allonger le débat, M. LANCHESTER nous a adressé par écrit les remarques qu'il comptait présenter à la séance.

Quelques orateurs ont insisté sur les dangers qu'il y aurait de négliger le côté logique dans l'enseignement supérieur, même si celui-ci s'adresse uniquement à des physiciens, ce qui n'est généralement pas le cas. Tout en reconnaissant la nécessité d'accorder une juste place au côté pratique, à l'aide de problèmes bien choisis, ils estiment que le côté utilitaire ne doit pas prédominer. D'autres font remarquer que les étudiants en mathématiques eux-mêmes retireraient un grand bénéfice d'un enseignement par lequel on les initierait d'avantage aux applications d'ordre pratique. C'est de ce côté qu'on devrait diriger l'effort sans porter préjudice à l'enseignement théorique bien approprié. Le temps nécessaire se trouvera aisément; on pourrait le prendre sur les heures de laboratoire de la physique, dont le nombre, au dire même des physiciens, est parfois exagéré. Il suffirait de renoncer à des manipulations souvent sans intérêt et sans aucune portée théorique ou pratique.

On lira ci-après le résumé de la seconde partie de cette séance qui a été l'une des plus intéressantes du Congrès.

Prof. STAECKEL (Karlsruhe) ist überzeugt, dass die Vorschläge Runges durchgeführt zu werden verdienen, und möchte nur eine gewisse Schwierigkeit beleuchten, die darin liegt, dass die Ausbildung der Physiker und Mathematiker zum Teil gemeinsam erfolgt und dafür gesorgt werden muss, dass die Pflege der logischen Seite der Mathematik nicht vernachlässigt wird.

M. BOURLET (Paris) présente les excuses de la Sous-commission française de n'avoir pas répondu au questionnaire de M. le Prof. Runge. La raison est que, devant une question aussi vaste, la Sous-commission a décidé de faire plus que de donner des renseignements sommaires, et qu'elle publiera tout un volume.

M. Bourlet indique à grands traits ce que sera cet ouvrage.

Comme il l'a déjà expliqué dans des réunions antérieures, l'enseignement est donné en France dans un esprit très général dans les classes de *Mathématiques spéciales* et dans les *Cours de Mathématiques générales* des Universités. En France, on essaie de donner aux jeunes gens qui se destinent aux sciences mathématiques, physiques et naturelles, une éducation générale commune. C'est ainsi que les élèves de l'École normale Supérieure, suivaient jadis, en première année *tous les mêmes* cours.

En dehors de l'étude de l'état actuel de l'enseignement oral, la Commission étudiera les ouvrages en usage pour donner un tableau complet de ce qui se fait en France.

Mais M. Bourlet estime que le travail ne devrait pas s'arrêter là et que le rôle de la Commission internationale est de chercher des directions communes au moyen d'une enquête parmi les mathématiciens, les physiciens et les ingénieurs. Cette enquête pourra porter sur deux points: les *matières* qu'il faut enseigner, les *méthodes* qu'il y a lieu d'employer. M. Bourlet estime que c'est surtout le choix des matières qu'il y a lieu de faire avec soin; quant à la méthode, il est d'avis qu'il ne peut pas y en avoir deux: une pour les mathématiciens et l'autre pour les physiciens, et que l'enseigne-

ment des mathématiques aux physiciens doit conserver son caractère de rigueur et de logique. On n'enseignera pas les fonctions monogènes de M. Borel, mais ce que l'on enseignera on devra le faire avec toute la précision nécessaire. La Commission internationale devant se réunir vraisemblablement à Pâques 1914 à Paris, M. Bourlet espère que le volume sera prêt quelques mois d'avance.

M. F. ENRIQUES (Bologne), remarque que M. Runge s'est placé à un point de vue utilitaire en se demandant quels instruments il faudra donner au physicien. Il y a lieu de poser une autre question qui n'a pas moins un intérêt pratique, c'est-à-dire comment on peut attirer les jeunes gens à l'étude de la physique.

M. Enriques remarque que, dans plusieurs pays au moins, il y a une tendance des étudiants les *mieux doués* à préférer l'étude des questions de mathématiques pures à celles de physique. Cela dépendrait-il de ce que l'on néglige le plus souvent de présenter aux élèves les côtés de la physique théorique qui sont les plus beaux et les plus intéressants, en expliquant le but même de la science qui consiste à mettre d'accord les faits avec les représentations de notre esprit?

Il n'est pas douteux que les progrès de la physique exigent de se tenir près des faits d'expérience et que l'expérience demande un long apprentissage. Cependant on ne peut méconnaître que certains esprits élevés ne sauraient se soumettre à l'effort de cet apprentissage s'ils ne voient d'abord l'intérêt des questions qu'on est appelé à résoudre par cette voie. D'autres aussi qui n'auront jamais la faculté de fournir eux-mêmes un travail expérimental utile, pourraient apporter une contribution aux questions théoriques grâce à une intuition heureuse.

M. Enriques pense que l'enseignement actuel de la physique mathématique n'est pas fait assez dans le sens de développer cette intuition et parfois même qu'il tend à repousser les esprits qui ont une plus grande intuition par un excès de développement des algorithmes de l'analyse où le moyen semble être pris comme une fin.

Sir G. GREENHILL (London). — The Report we have had in our hand for preliminary study, and the exposition of it by Prof. Runge, has covered the whole ground of the state of mathematical training of the student of Physics.

But a participator in the discussion must confine himself to some detail, where his experience encourages him to offer some remarks.

In my own case I endorse heartily what is said of the overgrowth of Descriptive Geometry (see Question II).

The subject is too often easy and soft, and the student grows too fond of it, and cannot be brought back to harder study of the Calculus.

We found this at Coopers Hill College, where I was one of the original staff. Reports from India complained of the young engineer we sent out; that he knew no mathematics, but he could *draw*.

Give him a task on the drawing board with his instruments and he is pleased to work for ever. In fact his instructors at Coopers Hill used to groan at his output of drawings.

So although we envy Prof. Gutzmer his Mathematical Institute at Halle, there is one point of his equipment we do not admire so much—the elaborate laboratory for drawing and descriptive Geometry.

For my part I would rather see a Mathematical Workshop in its place, with a carpenter's bench and tools, an anvil and some large hammers, and other simple apparatus for illustrating elementary dynamical principles, and making them familiar to the muscular sense.

Prof. WEBSTER (Clark University, Etats-Unis). — I find myself in general agreement with most of the gentlemen who have spoken, especially with the ideas of Professor Runge, as expressed in his admirable report. I regret very much the distance that often separates the mathematician from the physicist, especially the lack of perception that often exists of what the physical student needs. I should like to point out a very important practical consideration in the words « *Ars longa, vita brevis* ». In other words so much time must be taken for the education of the physicist that it is totally wrong to waste precious time on what is not useful. I fully agree that the teaching should be thorough—the best is none too good, but it is foolish to spend time in pointing out to the student imaginary difficulties that he will never encounter. As an example, the physicist will need to integrate many functions, but he will not require a rigid discussion of the conditions of integrability of a function, since all the functions that he will meet will probably be integrable. He will have to make frequent use of Fourier's series, but it would be wrong to devote several months of his time to the study of all sorts of convergence and non-convergence of series in general. I believe that every mathematician should know the main principles of physics, just as much as the physicist should be acquainted with the leading methods of mathematics. It is also quite possible to illustrate mathematical ideas, by physical examples which are interesting, illuminating and perfectly logical. I need only suggest the notions of velocity and acceleration, and the employment of such physical ideas as are the possession of everyone.

Sir Joseph LARMOR (Cambridge) said that what he had heard induced him to ask them to consider the position of the mathematicians. In mathematical teaching they ought not to be expected to give up everything that was interesting, and confine themselves to routine work and to providing mere tools to be used in more attractive occupations. What we were suffering from was overspecialisation. In his view mathematics included the whole of theoretical physics; there was no essential difference between reasoning on the doctrine of thermodynamics and reasoning on the doctrine of limits. Mathematics was not all technical algebraical analysis, any more than physics was all experimental dexterity.

M. E. BOREL (Paris) se déclare entièrement d'accord avec M. Runge. Nous devons tendre à rendre plus simple l'enseignement des mathématiques. Puis il donne des renseignements sur ce qui se fait à l'École normale supérieure. En première année l'enseignement est commun aux physiciens et aux mathématiciens, sauf de rares exceptions. La méthode et le choix des matières dépendent souvent des questions d'actualité, de mode et de la personnalité du maître.

M. Ch. BICHE (Paris) estime que les physiciens ou naturalistes doivent avoir quelques connaissances générales des mathématiques, en dehors des connaissances pratiques qu'ils utilisent journellement, de façon à ce qu'ils puissent savoir qu'à l'occasion de telle question les intéressant ils trouve-

ront auprès d'un mathématicien professionnel les indications qui leur seraient utiles.

Lorsqu'on veut traiter un problème d'ordre pratique il ne suffit pas d'en avoir une solution théorique; il faut en avoir une solution commode. Il importe que, dans l'enseignement mathématique, on se préoccupe de discuter les solutions des problèmes au point de vue de la simplicité dans les applications.

Prof. LOVE (Oxford) wished to associate himself with Sir J. Larmor's view. The ideal thing would be, every mathematician a physicist and every physicist a mathematician. To gain time for the necessary training it would be desirable to discard obsolete things in mathematics and to devise some scheme by which a general knowledge of physics could be brought within the reach of all students of mathematics. In regard to the proposed choice of mathematical matter, he thought there might be a tendency to make the subject too narrow, with too little regard to the possible future application of branches of analysis which are now studied for their own sake.

Prof. HOBSON (Cambridge) said that perhaps too large a share of the blame for the undoubted evils of the present divorce of Mathematical and Physical teaching had been put upon the Mathematicians. If the mathematical teacher spent too much time on matters which would be better omitted and in the teaching of merely analytical expertness, it might be said that the Physicist spent too much time on the merely manipulative work of the Laboratory. Mathematical teachers were expected to teach only what was directly useful to the Physicist, and also what was directly useful to the Engineer, or to the Chemist. The main object of the Mathematical teaching ought to be that of developing habits of clear and logical thinking in the pupils, and that could not be hampered by a too close adherence to what was required only for application in other departments. Dexterity in such matters as the use of the slide rule was not part of what the Mathematician should be expected to teach. He would lose his self-respect if he became a mere provider of tools for use in subjects outside his own.

Sir J.-J. THOMSON (Cambridge), l'illustre physicien, reconnaît que de nos jours on exagère parfois le temps accordé aux travaux pratiques dans l'enseignement supérieur où ils prennent une trop grande place. Ce serait nuisible de donner aux physiciens un enseignement mathématique spécialisé, par contre il faut qu'ils soient familiarisés avec les applications pratiques.

Prof. RUNGE. — I believe that the introduction of numerical and graphical exercises do not interfere in any way with the logical deduction of pure mathematical theorems. My idea is that practical mathematics are indispensable not only to the physicist but also to the pure mathematician in so far as they enable him to work out examples for the application of pure mathematical theorems, and in this way enlighten him and aid his logical deductions.

Remarques de M. F. W. LANCHESTER (Birmingham). — The question of the mathematical training of the physicist in the university has perhaps two aspects — that is from the point of view of the mathematician, and from the standpoint of the work which the student in after life finds it incumbent upon him to undertake. Whether trained primarily as engineer or physicist a large number of those who are trained in applied mathematics either en-

ter by intention or by accident into the engineering profession. The following remarks may be taken to relate more particularly to this class of student.

The weakness commonly exhibited by the engineering student, who having graduated in a university takes a post as an engineer or in an engineering work, is found more often than not to lie in his inability to deduce from the complex maze of facts with which he has to deal, a definite problem in what may be termed « examination-question » form¹. In my experience there is usually ample knowledge of mathematical principles and mathematical method, but there is a very obvious deficiency in the development of the mathematical student's reasoning powers, which are the essential counterpart to any purely mathematical training, before it can serve him usefully in the responsible carrying out of engineering work. It is naturally very questionable whether it is possible by any modification or supplementing of the university education to make good this deficiency entirely; in fact it stands to reason that for the elastic application of his mathematical training the latter will require to be supplemented by considerable actual experience before it can be fully utilized. Notwithstanding this, I consider that there are certain subjects (which in the discussion of the paper were belittled by some of the speakers present) which a little reflection will show to be of vital importance. As an example (and in my opinion a very important example) it is impossible to overrate the utility from an educational point of view of descriptive geometry. There is no subject that teaches a student to *think in three dimensions* so well as descriptive geometry, and the inability to think in three dimensions is one of the most common failings of the university mathematically trained engineer. This aspect of descriptive geometry is quite apart from its obvious utility in training a man to read drawings of a complicated character such as are constantly before him in the course of his duties. I would call particular attention incidentally to the difference between a study such as descriptive geometry which is a real educating factor and enlarges the capacity of the mind, and those mathematical studies which cannot be regarded in the same light, but of which one must think as analagous to tools in the hands of a workman. I do not wish to suggest that all mathematical work is merely a matter of providing a mental tool equipment, but only that a great deal of the ordinary mathematical curriculum can be looked upon from this point of view, rather than be considered as a real educative factor.

I am convinced that the mathematical investigation of three dimensional problems is in many cases detrimental to the expansion of the mind, inasmuch as the mathematician rather than think in three dimensions employs a machine process to evade mental gymnastics; for instance in fluid dynamics he thinks once and for all in three dimensions in an imaginary infinitesimal unit cube of the fluid. From this he makes equations and from these equations he obtains his results. From the time these equations are formulated he may forget all about three dimensional space until he comes to the interpretation of his results. I think that in the mathematical training of a young engineer such dangerous methods should not be introduced until

¹ It is as if some-one accustomed to dining off a well cooked and nicely served steak were shown the carcase of a freshly slaughtered ox and told to get their dinner out of that!

he has had a very thorough grounding in descriptive geometry. There is truly the risk pointed out by Professor Greenhill that after he has devoted a great deal of time to descriptive geometry he will be liable to shirk, or ignore, or neglect the more rigid mathematical method; but even if this undesirable consequence results (which in nowise appears necessary) I think that it may be taken as the lesser of two evils.

Briefly from a more general point of view I think that in the discussion of the circular there has been too much tendency to dwell on detail questions as to what should be taught and what should not be taught, and to ignore the principle that true education ought to be a process of developing and expanding the mind in those directions in which such development and expansion is most likely to serve the ends in view, and that the provision of a mental tool equipment is, or should be considered as merely an incidental.

TROISIÈME SÉANCE

Mardi 27 août, à 9 heures et demie du matin.

Présidence de M. R. FUJISAWA (Tokio) et C. GODFREY (Osborne)

Ordre du jour :

- I. — *Intuition and experiment in mathematical Teaching in the Secondary schools* (l'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes), rapport présenté par M. D.-E. SMITH (New-York). — Discussion.
- II. — Remarques sur une bibliographie de l'enseignement mathématique, par M. C. GOLDZIEHER (Budapesth).
- III. — Prolongation du mandat de la Commission, Les travaux pendant la prochaine période.

I. — INTUITION AND EXPERIMENT IN MATHEMATICAL TEACHING IN THE SECONDARY SCHOOLS¹

Report presented by

David Eugene SMITH (New-York)

1. — Method of Investigation.

In the year 1911 the Central Committee appointed a subcommittee known as « Subcommittee A » charged with the duty of investigating the rôle of intuition in the teaching of

¹ The German topic as assigned was « Anschauung und Experiment im mathematischen Unterricht der höheren Schulen ». This was translated into French as « L'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes ». The translation is not

secondary mathematics. It assigned to Dr. W. Lietzmann of Barmen, Germany, the work of preparing a questionnaire that should facilitate the work of securing the data upon which to base a report, which labour was diligently performed. The questionnaire was sent out during the winter of 1911-1912 and replies were received by April 1, 1912, from representative teachers of Austria, England, France, Germany, Switzerland, and the United States. These replies were held until July 1, and no others having been received by that date, to the writer of this paper was assigned the duty of preparing the present report.

In the several countries the method of investigation differed materially. In some cases the « rapporteur » sent out local questionnaires; in others he referred to the printed reports of the International Commission; while in others a committee considered the replies. The results seem to show that it was a matter of no particular significance which plan was adopted.

2. — Types of School Considered.

The questionnaire having been prepared in the German language, and naturally under the influence of the German school system, the terms used do not exactly meet the situation as it appears in all of the other countries. It is therefore necessary to define with some care the terms employed, and to give the English interpretation to the several questions.

The Gymnasien and « Realanstalten » of Austria and Germany corresponding rather closely in years to the lycées of France, and to the Gymnasien and « Kantonschulen » of Switzerland. They correspond somewhat less closely to the so-called « public schools » of England, while they are radically different from the public « high schools » of the United States. It therefore becomes necessary to define « Unterricht der höheren Schulen » as the teaching in those school years that correspond in the age of pupils with the school years of the Gymnasien, of the lycées, of the

exact, Anschauung being neither exactly Intuition nor exactly Perception, and neither Experiment or Experience being a satisfactory equivalent of the German word Experiment.

This report is based upon data collected by Dr. Walther LIETZMANN, Oberlehrer an der Oberrealschule in Barmen, Germany. The data were secured through replies to a questionnaire prepared by Dr. Lietzmann, these replies having been sent by the following gentlemen:

Austria, Prof. Dr. ERWIN DINTZL, Vienna;

England, Charles GODFREY, M. A., headmaster of the Royal Naval College, Osborne;

France, M. Ch. BIOCHE, Professeur au lycée Louis-le-Grand, Paris;

Germany, The late Prof. Dr. P. TREUTLEIN, G. H. R., Direktor des Real- und Reform-Gymnasiums, Karlsruhe; and Dr. W. LIETZMANN, Barmen.

Switzerland, M. H. FEHR, Professeur à l'Université de Genève, Geneva;

United States of America, Professors David Eugene SMITH, Teachers College, Columbia University, New-York City, and J. W. A. YOUNG, the University of Chicago, Chicago, Illinois.

« public schools » (in England), and of the last part of the « elementary school », all of the « high school », and the first two years of « college » in the United States. This means that the study includes the work of pupils from about the age of 10 to about the age of 19 years. The French translation of *écoles moyennes* seems best to describe the schools in question.

It should also be noted that the replies have reference to the work done in schools of a general type, including both the classical and the non-classical, and usually not to that done in such special schools as those devoted chiefly to agriculture, mechanical arts, navigation, mining, and the like. Austria, for example, expressly limits the report to the Gymnasium, Realgymnasium, Reformrealgymnasium, and Realschule. England considers what are described loosely as « public schools », those which supply the greater number of students to the ancient universities of Oxford and Cambridge, and other general secondary schools. Germany and Switzerland report only upon the work of the Gymnasien, Realgymnasien, and Oberrealschulen, and France chiefly upon that of the lycées and collèges. In the United States, owing to the fact that the school system differs materially from that of Europe, the report refers to the upper classes in the « elementary school », to all of the work of the general « high school », and to the first two years of the « college »¹. In all the reports, however, emphasis has been laid upon the general type of school rather than the special.

3. — The Question of Elementary and Higher Schools.

It is evident that the scope of the inquiry might well have been enlarged so as to include the important question of intuition and experience in the Kindergarten, the Ecoles maternelles, the primary school, and even the home. As Dr. Montessori is now bringing into prominence in Italy and America, and as thousands of successful teachers everywhere have long been proving, intuition and experience play a very important part in the first stages of a child's education in general, and with respect to mathematics in particular. M. Laisant has brought this important question to the attention of his countrymen and Lietz and other well-known educators have done the same in other countries. It was felt by the committee, therefore, that it was better to call the attention of

¹ The « elementary school » generally has 8 years or Grades, the child entering Grade I at about the age of 6-7, and finishing Grade VIII at the age of 13-14. The « high school » has 4 years, the pupil entering at the age of 14-15, and leaving at the age of 17-18. The « college » follows, the entering age being 17-18, and the 4 years being completed at the age of 21-22, the bachelor's degree being then conferred. The strictly-speaking university courses are entered at the age of 22-23, and the degree of doctor of philosophy may be obtained at the age of 25-26.

teachers to the importance of the question in the *écoles moyennes* at this time, and to reserve for further consideration the question of the primary schools. It is to be hoped that, in case the Central Committee is continued for another period of four years, this question will be considered with the care that it deserves.

As to higher institutions of learning it should be observed that the topic assigned to this committee is closely related to that assigned to Subcommittee B, *The Mathematical Training of the Physicist in the University*, and this relationship appears the more evident as we consider the report that has already been presented by Professor RUNGE at the session of August 26, 1912.

4. — Method followed in this Report.

It seems to the committee that it is advisable, in this report, to give a summary of the reports prepared by the representatives of the various countries, rather than to submit these reports in full. This is especially the case because the representatives of some of the countries have merely referred to pages of published monographs instead of giving the information directly. It also seems advisable to give this résumé under each of the general rubrics suggested by the committee rather than to attempt any other arrangement.

5. — The general situation.

Before proceeding to consider the questions in detail it is desirable to say a few words concerning the general situation in the various countries. The first thing that must strike any observer is that we are passing through a period of great change in all that pertains to secondary education, including the field assigned to this committee. A subject like descriptive geometry, for example, can hardly be said to occupy any definite position, so rapidly changing are the views concerning its importance, its significance, and the schools in which it should be taught. Austria makes much of it in the Realschule, less of it in the Realgymnasium, and almost nothing of it in the Gymnasium. This is what we might expect, but what descriptive geometry will do in the Reformrealgymnasium it is rather early to say, since this type of school is only beginning to appear in that country. In England there is seen the same spirit of unrest, and the training of boys in special lines is having its influence in the general fields as well. The teaching of boys who are going into the army, engineering, or surveying, tends to assume a more intuitional and

experimental character than that of other boys, and the army requirements during the last 10 years have no doubt had a powerful reaction on the character of the teaching throughout the English public schools. On the other hand, as regards the teaching of boys other than specialists, probably the prevalent view in England is that the proper field for methods of intuition and experiment is in the middle and lower classes rather than the upper. These methods are viewed with suspicion by many masters who are concerned with the more able mathematical boys, and in many cases practical methods learnt by the boys in the lower classes are allowed to rest in the upper. Many teachers consent to the postponement of abstract methods during the earlier teaching only on the understanding that the abstract character of the higher teaching shall be preserved.

In the United States the spirit of unrest in all educational matters is also manifest, and in particular with respect to this whole question of intuition and experiment in mathematics. The question has been agitated for the past ten years, and many kinds of experiments have been tried, varying from an extreme laboratory method with a minimum of mathematics to the most abstract kind of work in which intuition and experiment played almost no part. It seems quite impossible to report as to any fixed policy or general consensus of opinion upon the subject.

We shall now take up *seriatim* the various topics set forth in the questionnaire that was sent out by Dr. Lietzmann last winter. Since it will not be profitable to present orally the report in full, the details being better assimilated from the printed page, a brief summary of the results will now be given.

In the work of measuring and estimating, a more practical form of mensuration seems to be developing, especially in Austria, Germany and Switzerland. England, France, and the United States seem to have given the matter less attention, or at least to have secured less definite results. An elementary trigonometry is more commonly found at an early period in the first three countries, thus allowing for outdoor work with simple instruments at an earlier stage.

In the matter of geometric drawing and graphic representation of solids, the various countries seem to be in a transition stage between the period in which this was considered part of the duties of the art teacher and that in which it is to be taken over by the department of mathematics. The tendency is general to consider this work as part of mathematics. The nature of the work, is not, however, at all settled; even the term « descriptive geometry » has no well-defined meaning. It may be said in a general way that the subject is taught in schools of the Oberrealschule type, but not in those of the Gymnasium type, and

that the tendency is to increase the work both in amount and quality in the former.

Graphic methods of representing functions have become universal in the last generation. From the idea of a line representing an equation the tendency is at present to that of a graphic representation of a function. Just how much the pupil is acquiring of the function concept seems often to be questioned, and the whole subject is in the experimental stage at present. Of the value of squared millimeter paper there is no question anywhere, but it seems equally true that its use has been abused by the over-extensive treatment of equations and by its application to proving the obvious.

The contracted methods of computation that were prominently advocated fifty years ago do not seem to have advanced materially, owing to the feeling that they are not really practical. On the other hand the use of logarithms seems on the increase, and the slide rule has come into great favor in the technical schools where approximate calculation is prominent. Graphic methods of computation and of the approximation of roots of numerical higher equations (as worked out by Professor Runge, for example¹, have found but little place in the schools of the type under investigation. It is probably too early to say what their success will be in this kind of school, or when, if ever, any large body of teachers will be found capable of treating the subject.

In general it may be said that more progress towards the recognition of the rôle of intuition and experiment in secondary mathematics seems to have been made of late in Austria, Germany, and Switzerland than in England, France, and the United States². A comparison of the work done in these several countries, particularly in the way of applying mathematics seriously to the problems of life, and of visualizing the work in mensuration, will be one of the valuable results of the present international movement.

The greatest questions of all, however, relate to the nature of geometry and to the treatment of the function concept. Other questions are important, but here is the dominant issue that must be met in the next few years.

The first of these questions is this: How much of the geometry of the secondary schools shall be inductive, and how much deductive? Few are ready to assert to-day that it is best to begin geometry with a study of Euclid or Legendre. There must be a preparatory stage, and this must be characterized by intuition and experiment. But how much time shall be assigned to this stage?

¹ In his Columbia University (New-York) lectures.

² At least this is the deduction from the reports submitted in reply to the questionnaire.

and exactly what ground shall be covered? and, what is more important, to what extent shall intuition replace deduction of the Euclid type?¹ Must we have two or even three years of *Anschauungslehre*, as some have advocated, or is a year or a half year enough?² How much must the rigorist in geometry be compelled to concede to the demands of the non-mathematical mind? Was Newton right when he expressed the opinion that all this intuitive work is pretty, but that it is not geometry? Must the real geometry of the past go by the board, as went the mediaeval logic, or will its position be strengthened by this propaedeutic work? Is the value of the Euclidean type of geometry such as to save it from destruction, or is it to be so diluted by this consideration of pictures, of models, and of simple mensuration as to be unrecognizable? Is the over-powering force of to-day, the force of modern industry, the cause of the growth of intuition and experiment in geometry? And if so, what will the over-powering force of to-morrow, the force of social considerations, demand? These are questions that we hear about us, but they are questions which we are not yet able scientifically to answer, and fortunately they are not within the province of this committee to attempt to answer.

In general it may be said that it is the plan of the Teutonic countries to mix the intuitional and the deductive work from the outset, while in France, and now in England, the plan is to let an inductive cycle precede a deductive one. The United States is only beginning to talk about the question, whatever tendency there is being towards the Anglo-French plan. Now is either of these plans better than the other? and can this be proved? Or is the question one of racial habit? Would the German plan succeed in the United States, or is the French plan better adapted to such a conglomeration of races? Would the English scheme of arranging the work in three stages, with intuition and experiment the initial one, be better for Germany than the totally different scheme that characterizes most of the recent textbooks of that country? Many people look upon the German plan as unscientific, attributing its apparent success to the excellently trained teachers who carry it out, while others look upon the cycle arrangement as ultra-scientific. Which is right? or is neither right? It is questions of this kind that the reports of the Commission will help us to answer in the next few years; and for the present it suffices to state the problem and to call attention to its importance.

¹ Readers are referred to the recent works by TREUTLEIN and TIMERDING, published by Teubner.

² See LIETZMANN, *Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts in Deutschland*, 1912.

The second important question relates to the treatment of the function concept. Here the rôle of intuition, in the first steps, is more clearly defined, since we have no well-trying body of knowledge to be set aside. The chief argument for the elaboration of the function concept seems to be that the calculus has already found place in the schools under our consideration, and if it is to hold this place and continue to grow in strength, we must cease to impose it merely from above, — we must prepare for it from below. The notions of limit, variability, rate, function, and graph must be so gradually introduced and must become so clearly understood that when the calculus is reached they will be met as we meet familiar friends. How to do this economically is one of the problems relating to intuitional mathematics. It is one of the interesting facts of present education that teachers are demanding the elimination of the incommensurable quantity from elementary demonstrative geometry, only to find themselves face to face with a demand for the study of limits, functions, and rate of change. The movement in favor of the elaboration of the function concept, however, is too recent to judge of its permanence in secondary education. Starting in France within the last twenty years, and vigorously advocated in Germany within the last decade, it has much to commend it if reasonably treated¹.

6. — Measuring and Estimating².

Austria reports that much is now being made of this work in the lower and middle classes, and that this will have its influence in the higher classes. Some idea of the nature of this work may be obtained from the recently published *Praktisch-geometrische Schülerübungen für die unteren Klassen*, by Fr. Schiffner. As an illustration of the nature of this work Dr. Matter, of the Stiftsgymnasium in Seitenstetten, relates that the children in the second class (numbering from the lowest in the school) measure the height of a tower by the simple use of a measuring tape and a large protractor. They find two angles and the included side of a vertical triangle, and then lay this off on the horizontal plane, and finally draw it to scale and measure the resulting figure. Similar work is also done in the classes in geography. In order to ascertain how much work of this general nature is done in the upper classes of the Gymnasien, Realgymnasien, and Realschulen, Dr. Erwin Dintzl of Vienna, who reports for Austria, secured in-

¹ See SCHIMMACK, *Die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland*, 1911.

² Messen und Schätzen (Measure et estimation des grandeurs).

formation from 38 institutions. He finds that in Vienna there is difficulty in carrying out a scheme of field work in connection with trigonometry owing to a lack of proper instruments, the crowding of the school curriculum, and the proper demands of out-door play. Occasionally, however, facilities for this work are found, and he mentions a satisfactory Taschen-Universal-Instrument made by Neuhöfer for the use of students and at the price of 170 Kroner (say a little over £ 7, 178 fr., or § 34.50). In other cities a satisfactory amount of geodetic work is being done in the upper classes, the proximity to the country making this feasible.

In England, 58 % of the « public schools » investigated by Mr. Godfrey attempt no work in practical geodetic measurements, but in the remaining 42 % such work is done, but as a rule only by special classes of students, such as those preparing to be surveyors, engineers, or army officers. Out of the schools reporting, 14 % have a theodolite, and others have plane tables or other instruments. In the others secondary schools 56 % do work of this kind. Apparently more work of this nature is done here than in the older type of « public school, » theodolites being found in 23 % of the schools, and simpler instruments in numerous others.

In France it is rare that a lycée or collège does any work in geodetic or astronomical measurement. In the *Ecoles des Arts et Métiers*, where the pupils are about 17 years of age, elaborate courses in surveying are given, and pupils become expert in the use of such instruments as the theodolite. This work is done in the department of mathematics. The teacher of geometric design is usually the teacher of mathematics, and he relates the work in surveying to that in drawing, as in the case of profiles, plots, and the like.

In Germany the work varies in the different states. Dr. Lietzmann states that in the Prussian schools the theodolite is usually found, and that along with it are seen simple instruments for angle measure, angle mirrors and prisms, measuring rods, and the like. Simple instruments are often made by the pupils, particularly instruments for the measure of angles¹.

Much is made of out-door work in the classes in geometry and trigonometry, in the measuring of heights and distances the pupils making use of the instruments². In Mecklenburg and Oldenburg about $\frac{2}{3}$ of all the secondary schools give systematic

¹ For the rôle of intuition in the classroom in geometry, and for the conduct of a class period, see Dr. W. LIETZMANN, *Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preussen*, p. 65.

² *Ib.*, p. 161. See also Dr. H. WIELEITNER, *Der mathematische Unterricht... im Königreich Bayern*, p. 42, 62; Dr. E. GECK, *Der mathematische Unterricht... im Königreich Württemberg*, p. 25; Prof. H. GRAMER, *Der mathematische Unterricht im Grossherzogtum Baden*, p. 35; Prof. J. WIRZ, *Der mathematische Unterricht... im Elsass-Lothringen*, p. 9.

field work, and even in the rest this work is not neglected. At least in certain parts of Germany apparatus and models for the teaching of geometry play some part, and a helpful list of materials is given in a recent monograph by THAER, GEUTHER, and BÖTTGER¹, and in one by CRAMER². The testimony of teachers there as elsewhere, however, is that there is a danger in the extensive use of models in geometry, although a reasonable use of apparatus in field work has a value that cannot be doubted.

With respect to mathematico-astronomical work in the German schools, it is coming to be recognized that such work is feasible and desirable. Numbers of Höherenschulen in Prussia have telescopes for astronomical observation although those that are suited to measuring are not usually found³. The subject has recently been treated in a monograph by Professor Hoffmann, and to this article reference must be made for detailed information⁴. The extent to which he has carried this work in his school is indicative of the German *Lehrfreiheit*, a freedom that is wanting in free America and in most other countries.

The helpful table that Dr. BRANDENBERGER has prepared to show at a glance the work done in the Gymnasien and Realschulen of Switzerland⁵ gives the impression that relatively little field work in geometry, and even less in astronomy, is done in the Gymnasien. In Kanton Bern surveying is given in the summer; in Unterwalden some practical work is done with the theodolite and in the measuring of lengths and areas; a few Gymnasien give an hour a week to surveying during one year, usually with pupils of the age of 16-17 years; a few others possess observatories with sufficient apparatus for mathematical work. Of 25 Realschulen reporting, however, 12 give surveying as a definite topic in their curricula⁶ and the rest make more or less of the subject in connection with trigonometry. A number of the schools are supplied with such instruments as the theodolite, cross staff, angle mirror, angle prism, and plane table. In certain schools, as in the technical classes at Lugano and St. Gall, very satisfactory courses are given including triangulation, the measurement of base lines, the making of profile maps, and the finding of altitudes.

In the United States there are, generally speaking, no required courses in trigonometry or geodesy in the « high schools », — that

¹ THAER, GEUTHER, and BÖTTGER, *Der mathematische Unterricht in den Gymnasien... Mecklenburgs und Oldenburgs*, pp. 22, 24, 27, 78.

² *Der mathematische Unterricht im Grossherzogtum Baden*, p. 30.

³ LIETZMANN, *Die Organisation*, p. 43.

⁴ Prof. B. HOFFMANN, *Mathematische Himmelskunde und niedere Geodäsie an den höheren Schulen*.

⁵ Dr. K. BRANDENBERGER, *Der mathematische Unterricht an den Schweizerischen Gymnasien und Realschulen*, pp. 13-23; p. 57.

⁶ *Ib.*, pp. 60, 62, 119.

is in those 4-year schools that are intermediate between the 8-year elementary schools and the 4-year college. In the third or fourth year when the pupil is 16-17 years old, elective work is offered in trigonometry by the better class of high schools. Occasionally the theodolite or some similar instrument is used, but in general the « high schools » do not possess such apparatus. Such work is regularly taken up in the first year in college, and then as an elective study. It may thenceforth be carried on as an elective by students of general mathematics, but it is required of engineers.

In certain special schools, however, some interesting work may be found. For example, Principal Stark studied with the writer not long ago the subject of primitive mathematical instruments and their relation to present-day teaching. The results were put in practice in the Ethical Culture School in New-York, the children making astrolabes from paper protractors and deriving much interest from their out-door measurements with these and other instruments. In the Horace Mann School, connected with Teachers College, New-York, there is at present a class in vocational mathematics, well supplied with simple instruments which they use out of doors in their eighth school year, preparatory to the more scientific work that follows¹.

Astronomical work requiring the use of instruments may be begun in the first year of college and may be continued thereafter. It is elective throughout. The student who pursues the courses will be prepared to do scientific photographic work in the senior year (the fourth year in college, about 21-22 years of age). Colleges of the better class are supplied with material for work of this character.

The educational problem may be stated generally as follows: What simple, inexpensive instruments may advantageously be used to increase the interest in the early stages of mathematics? In particular, what can be done to make the inductive cycle or phase of geometry more real and interesting, without weakening the deductive side? Then what further apparatus can be used to advantage in the later geometry and trigonometry?

7. — Geometric Drawing and Graphic Representation².

The questionnaire asked first concerning the work done in descriptive geometry (oblique parallel projection), preparation of plans and elevations, central projection, and the theory of shad-

¹ The class is conducted by Mr. J. C. Brown who has contributed to the psychology of elementary drill work in mathematics.

² Zeichnen und Darstellen (Dessin et représentation graphique).

ows; concerning the fusion of this teaching and the teaching of stereometry; and concerning the teaching of the subject in the department of mathematics or the department of drawing.

In Austria, in the Realschulen, the subject is nominally in the hands of a special teacher examined and appointed for the purpose. Professor Dintzl raises the question as to the wisdom of this arrangement, saying that to the qualifications of a teacher of descriptive geometry must be joined those of a teacher of mathematics if we are to have successful results. At present in about a third of the schools the teacher of mathematics is also the teacher of descriptive geometry in the three upper classes (V-VII). There is a well-defined line of demarcation between stereometry and descriptive geometry as the work is carried on, although the latter is employed in representing the solids met in the former. It appears, therefore, that certain definite work in descriptive geometry is done in the upper classes of the Realschulen. In the Gymnasien descriptive geometry is not a separate object of study. In the work in stereometry, however, plans and elevations are drawn, and orthogonal projections of parallelepipeds, octahedrons, pyramids, and the like are prepared¹.

In England descriptive geometry was formerly taught only to boys who needed it for special examinations, and then generally by the art master, the result being mere work by rule with great attention to artistic ink-work. Two or three causes are operating to change this position: (1) The Army examiners now treat the subject as part of mathematics, and do not require inking-in, the result being that mathematical masters are not discouraged from teaching the subject by consciousness of their technical weakness on the artistic side. (2) Descriptive geometry is now required for an honours degree in mathematics at Cambridge, and this circumstance will result in an increased output of mathematical masters interested in the subject and will have its direct reaction on school work. (3) Boys intending to study engineering at the University are encouraged to master descriptive geometry and perspective at school. Oblique parallel perspective is little studied in English schools. Descriptive geometry according to Monge (with work in plans, elevations, rabattements, etc.) is taught in 77% of the « public schools » reporting, and perhaps in half of these it now forms part of the school course for the upper classes, in other cases being confined to specialists. Of the other secondary schools, 60% have it in their courses. It seems not to have established itself, however, because it does not enter into

¹ See also ADLER, *Der Unterricht in der darstellende Geometrie an den Realschulen, Gymnasien, Realgymnasien und Reformgymnasien*, and MÜLLER, *Der Unterricht in der darstellenden Geometrie in den technischen Hochschulen*, in Heft 9 of the Austrian reports.

the ordinary school examinations. Where it is taught two thirds of schools « correlate it with solid geometry, and in the majority of the « public schools » cases it is taught by a mathematician. It is seldom that the « public schools » do what is often done in other secondary schools, namely correlate descriptive geometry with manual work in the carpenter's shop. Perspective, being more technical than descriptive geometry, has not been so extensively taken over by the department of mathematics. In 63% of the « public schools » reporting, it is taught in connection with drawing and usually by the drawing teacher. Accurate drawing in connection with projective geometry, including the construction of conics by anharmonic (cross) ratio properties, is not done at all in 69% of the schools, and only a few of the most advanced boys in the other schools are encouraged to reach this comparatively advanced work.

France reports that descriptive geometry is taught in the lycées and collèges only in 1^{re} C and D (the pupils being 16 years of age), in « Mathématique A et B, » and in the classes preparing for the higher scientific schools¹.

The teaching of descriptive geometry is generally distinct from that of stereometry. Usually geometric drawing is not taught by the teacher of mathematics, but at present there is an active effort being made to put the direction of the work in the department of mathematics².

Germany, like Austria, seems to be taking a leading position in this line of work. Models for the study of descriptive geometry seem to be not uncommon. In the Realgymnasien and Oberrealschulen especially there is given definite work in this line. Oblique parallel projection is taught in Prussia in the Obersekunda (the seventh year of this type of school, or the pupil's tenth school year), and descriptive geometry as a special subject is taught in Oberprima (the last, ninth year³). The tendency in Northern Germany has been to make descriptive geometry in its various phases an elective subject in the domain of art instruction. In Saxony and the Southern states it has more generally been required⁴. The tendency throughout Germany seems to be in favor of putting geometric drawing, under whatever name, in the hands of the teachers of mathematics⁵. In South

¹ See the report of M. ROUSSEAU and that of M. BLUTEL (vol. II).

² The report as sent to this committee was very brief, and for further information the reader is, therefore, referred to the printed reports of the Commission.

³ See particularly, LIETZMANN, *Die Organisation*, etc., p. 139; and ZÜHLKE, *Der Unterricht im Linearzeichnen und in der darstellenden Geometrie an den deutschen Realanstalten*.

⁴ THAER, GEUTHER, and BÖTTGER, *loc. cit.*, p. 81.

⁵ *Ibid.*, pp. 31, 32, 36, 56, 70, 73; WIKLEITNER, *loc. cit.*, pp. 29, 35, 43, 56; WITTING, *loc. cit.*, pp. 27, 29, 33, 36, 57, 64; CRAMER, *loc. cit.*, pp. 15, 20; SCHIMMACK, *loc. cit.*, pp. 13, 15, 20, 43; WIRZ, *loc. cit.*, pp. 9, 17, 25, 31, 50; ZÜHLKE, *loc. cit.*

Germany the work has for a long time been in a satisfactory condition, but it was quite neglected in North Germany until 1898. In general it may be said that geometric drawing is commonly given in the Gymnasien and Oberrealschulen; that, as might be expected, it is found chiefly in Sekunda and Prima; that in the Oberrealschulen it has much more attention than in the Gymnasien; that it was formerly related to the art work but now it is being taken over by the mathematical department; that in the non-technical schools the descriptive geometry is related more to the representation of the usual geometric solids by projection than directly to the making of the working drawings of the artisan; and that more attention is being paid to the subject than is the case in the non-technical schools of any other country except Austria and Switzerland.

In Switzerland¹ the Gymnasien devote little attention to descriptive geometry, most of them not mentioning it². In the Realanstalten, however, it is found almost without exception in the last three years³. In the published curricula Switzerland makes very clear the nature of the work that is done under the general terms of « Geometrisches Zeichnen » and « Darstellende Geometrie. » For example, in the curriculum of Bern the course includes work in geometric ornament, such as parquetry flooring; orthogonal projection of geometric solids; drawing of conics and other plane curves; drawing of machine models; shadow constructions; axonometry; polar perspective; solids of rotation; and plans and elevations. Such work, in a non-technical school, is found in the reports of only the three countries above named, among those that have replied to the questionnaire. Moreover it appears that in the large majority of the schools the practical bearing of all of this work upon industry is fully recognized. It also appears that the work in descriptive geometry is looked upon as belonging to the teacher of mathematics rather than to the teacher of art⁴.

In the United States few general « high schools » offer work in geometric drawing of any kind. Formerly some such work was occasionally given by the teacher of drawing, but the awakening of an interest in art a few years ago led to the substitution of more free-hand drawing and color work for the mechanical drawing then somewhat in vogue. The change was justified, for the mechanical drawing was badly done as a rule and the country needed all of the improvement in art appreciation that it could

¹ See BRANDENBERGER, *loc. cit.*, pp. 14-25, 129-137.

² *Ibid.*, pp. 14-20, 129.

³ *Ibid.*, pp. 20-25, 130. One of the clearest statements of the nature of the work to be found in any of the reports appears on pp. 130-135.

⁴ *Ibid.*, pp. 60, 62, 118, 137.

get. In the technical « high schools » that are beginning to appear in the larger cities, work of this kind is being begun, but not as yet with the thoroughness that characterizes the Austrian, German, and Swiss schools. In the technical courses of the colleges it is begun in the freshman year (about 18 years of age) and is taken only by students of architecture or engineering. These courses are rarely given by the mathematician, being left to the engineer or architect.

The educational problem may, therefore, be stated as follows: Are we making enough of drawing in connection with geometry? In particular, are we recognizing the practical value, not merely of the working drawings of the artisan, but also of geometric design, of cartography, of topographical drawing, and of geometric construction?

8. — Graphic Methods¹.

Graphic methods of one form or another are now found in the courses in mathematics, at least in the Realanstalten, in all countries, having gradually made their way from engineering, through thermodynamics and general physics, to pure mathematics. The extent to which these methods are used varies, however.

In Austria millimeter paper is used for all of the simple functions, such as the elementary ones of algebra, and the exponential, logarithmic, and circular functions. The value of the sine is found to 2 decimal places by measuring on the squared paper, and computations are often verified graphically. The planimeter is rarely used. Vector geometry is used for the purpose of representing the complex number, and for elucidating certain parts of mechanics. For the work in complex numbers it appears in the sixth class (reviewed in the eighth), and for mechanics it is introduced in the sixth (Realschule) or seventh (Gymnasium) class. The real consideration of the scalar field is hardly undertaken, but it is touched upon in the study of magnetic and electric fields, the concept of the potential, and the like, in the upper classes.

In England about 90% of the schools state that the graphical study of statistics is given. It seems to begin mainly in the lower and middle classes of the schools. Probably it involves little beyond the plotting of tables of statistics, and for a new subject it has

¹ Graphische Methoden. (Darstellung von Funktionen auf Millimeterpapier. Vektorendarstellung. Skalare Felder. Graphisches Rechnen, insbesondere graphische Statik. Flächenauswertung mit Millimeterpapier oder Planimeter.)

Les méthodes graphiques. (Représentation de fonctions sur du papier millimétrique. Représentation des vecteurs. Champ scalaire. Calcul graphique et spécialement statique graphique. Evaluation de surfaces à l'aide du papier millimétrique ou du planimètre.)

made rapid progress, having both the encouragement of the mathematicians and an abundant opportunity for application. The graphical representation of functions is taught in all of the « public schools ». In 27 % of the schools it is begun in the lower classes, in 58 % in the middle classes, and in 15 % in the upper classes. Similar results are found in the other secondary schools. The work is connected with the plotting of equations and with the approximation of the roots. Whether the idea of functionality is really grasped in this work seems open to question, but the graph forms a basis from which further advance may be made. The use of vectors is found in a large majority of the schools, in connection with mechanics (velocities, accelerations, forces), this latter subject being part of the mathematical course in England. In some schools the vector is used in connection with complex numbers. Graphical statics is taught generally. Areas are estimated by squared paper in most schools, but the planimeter is rarely used.

In France the notion of coordinates is introduced when the pupil is about 14 years of age. The graph is used in the study of equations, as apparently in all other countries. The technical schools make use of graphic mechanics. In the third year of the *Ecole des Arts et Métiers* (age of pupil, 20 years) and in the higher scientific schools graphical statics is taught. The planimeter is not used.

In Germany the custom is growing of having, at least in the class-rooms of *Tertia* or *Sekunda*, a portion of the blackboard ruled in squares, usually about 5 cm. on a side, for the graphic representation of functions¹. In some of the *Gymnasien*² there is carefully organized work in such representation of functions from *Obertertia* on. In *Obertertia* such functions as

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad y = \sqrt{a^2 + x^2}, \quad \text{and} \quad y = ax^3 \quad \text{or} \quad ax^4$$

are treated graphically. In *Untersekunda* this is extended to the exponential, logarithmic, and trigonometric functions³, and in the *Obersekunda* and *Prima* to functions of degree exceeding two⁴. In all cases the function concept is mentioned as prominent, and the use of the graph merely for purposes of solving an

¹ LIETZMANN, *Die Organisation*, p. 37.

² *Ibid.*, p. 161.

³ *Ibid.*, pp. 161, 170.

⁴ See also THAER, GEUTHER, und BÖTTGER, *loc. cit.*, pp. 6, 9, 79; WIELEITNER, *loc. cit.*, pp. 20, 42; WITTING, *loc. cit.*, p. 36; GRICK, *Der mathematische Unterricht... im Königreich Württemberg*, pp. 21, 25, 59; SCHNELL, *Der mathematische Unterricht... im Grossherzogtum Hessen*, pp. 20, 29, 39, 41.

equation is not in evidence¹. Graphic aids in computation are also employed to some extent in the German schools².

In Switzerland the graphic representation of equations and functions is general, as in other countries³, and is extended to the treatment of limits. The question of the function concept is not settled there, and it does not appear to be settled anywhere. Exactly what can be done, and how it is to be begun, are matters still awaiting the results of experience. Dr. Brandenberger calls attention, for example, to the fact that in the course of study of one *Realschule* (where it would be expected) the word does not appear at all, while in a certain *Gymnasium* (where mathematics is less in evidence) it plays a prominent part. It would seem that the practice does not differ so much as the printed statements, and that the notion of function is introduced generally when there is a demand for it. Some schools emphasize it early, others late, and experience seems not as yet to have given any definite verdict.

In the United States the graphic representation of simple algebraic functions, with millimeter paper, is commonly begun in the first year of the « high schools » (about 14 years of age), and continued, chiefly with curves of the second degree, in the third year (age 16 years). The graphic treatment of vectors and scalars is reserved for the college, where it commonly begins in the algebra work of the freshman year (age 18 years). It is not taken up with any thoroughness unless the student elects a course in vector analysis, which is frequently offered in the junior or senior year (age 20, 21 years), and is frequently relegated to the graduate years (about 22-24 years).

9. — Numerical Computation⁴.

The inquiry of the committee related to abridged computation, to the use of the slide rule and tables, and to graphical and numerical methods of approximation of the roots of equations.

In Austria abridged methods of computation are introduced in the third class (age about 13) in connection with the mensuration of surfaces⁵. The slide rule has not yet found general acceptance in the secondary schools. The reason for this seems to be the

¹ See particularly SCHIMMACK, *loc. cit.*, pp. 19, 22, and WIRZ, *loc. cit.*, p. 45.

² TIMERDING, *Die Kaufmännischen Aufgaben*, p. 35.

³ BRANDENBERGER, *loc. cit.*, pp. 95, 101, 103, 104-109.

⁴ *Rechnen und Berechnen. Calculs et évaluations numériques.*

⁵ See the Austrian reports, Heft 3, S. 40, and Heft 6, S. 9.

expense of the instrument, the cheaper ones not being accurate enough to be of value; but the question of time to acquire the necessary facility is also a serious one. In the upper classes the numerical computation is performed almost exclusively by the aid of logarithms. The new programme requires the elements of probabilities in the upper class, and the simple problems of life insurance will require the use of mortality tables.

In England the mechanical rules for contracted operations with decimals have long been in use, but it seems that at present these formal rules are losing ground. The omission of useless figures and the presentation of results to a given number of significant figures must become increasingly general as practical and laboratory work in the lower classes gains ground. On the other hand many masters say that logarithms prove more useful than contracted methods, and that contracted rules are learnt but are seldom used afterwards. In 30% of the « public schools » and in 66% of the other secondary schools the slide rule is not used; it is generally used by pupils preparing for special examinations. The common use of the 4-figure logarithmic table is doubtless the cause for the little use of the slide rule. Tables of squares and square roots are not used in 40% of the « public schools », and tables of cube roots are not used in 55% of the « public schools ». The other secondary schools make less use of them. Tables of logarithms are used in all schools, 48% introducing them in the upper classes and 37% in the middle classes. Tables of trigonometric functions are used in all schools, in about half of them being introduced in the upper classes and in about 20 on 25 in the middle classes. Mortality tables are not generally used. In about 65% of the schools 4-figure tables are used. Graphical methods of treating transcendental equations are not introduced systematically, and are found in 47% of the « public schools » and in 16% of the other secondary schools.

In France the abridged methods that became prominent in the middle of the 19th century are no longer taught. They seem not to be demanded in practical work. The slide rule is not used in the lycées and collèges except in classes preparing for technical schools. In the scientific classes of the lycées and technical schools the pupils learn the use of logarithms, usually with tables to five decimals. Trigonometric tables, with the logarithms of the functions, are common, as are tables¹ of square and cube roots and of $\log(1+r)$. The approximate solution of numerical higher equations, either graphically or by numerical computation, is given only in the *classes de mathématiques spéciales*.

¹ For example, Combet's tables, published by Belin, Paris.

In Germany contracted operations (abgekürzts Rechnen) are not required in the Prussian programme, although they are given in particular institutions¹. The question of the real value of the work seems unsettled. In Bavaria it has some place in the lower classes of the Gymnasium and Realschule². In Saxony the particular need for the subject is found in the Obertertia or Untersekunda of the Gymnasium³. In Baden and Elsass-Lothringen it is assigned place in Quarta of the Oberrealschule⁴, and in general it may be said to have at least a nominal position in the various states of the Empire. The slide rule seems to be making its way very slowly in Germany as elsewhere⁵. The use of tables is general there as in other countries.

Five-place tables are used in the majority of schools, but about a third use four-place tables, interpolations being made mentally instead of by the use of proportional parts. In the lower classes the method of computing the tables is mentioned incidentally, the exercises in actual computation by means of series being relegated to the higher classes of the Oberrealschulen. The graphic treatment and the numerical approximations of the roots of numerical higher equations has place in the modern reform movement⁶. In the Realanstalten, however, the use of approximate methods (such as Newton's rule and the *Regula falsi*) is found in Oberprima.

In Switzerland the contracted operations are emphasized in the technical schools. The slide rule is found in the programmes of 6 of the 25 Realschulen, and in 2 Gymnasien⁷. Logarithms are universal, the majority of schools using 5-place tables, although about 30% use 7-place tables. Some advance is being made in the direction of decimalizing the angle, tables having been prepared for such divisions. Tables of roots and mortality are in use. In 25% of the Gymnasien the subject of infinite series is introduced, and applications are made to the theory of computing tables of logarithms. Methods of approximation of the roots of numerical higher equations are given. Graphic methods, the *Regula falsi*, and the Newtonian approximation are given in all Realschulen, and certain schools add Horner's, Lagrange's, or Gräffe's method.

In the United States contracted methods with decimals are

¹ LIETZMANN, *Die Organisation*, pp. 104, 159; *Stoff und Methode... Unterricht*, p. 85.

² WIELEITNER, *loc. cit.*, pp. 24, 41.

³ WITTING, *loc. cit.*, p. 16.

⁴ CRAMER, *loc. cit.*, p. 18; WIRZ, *loc. cit.*, pp. 29, 33.

⁵ LIETZMANN, *Stoff und Methode... Unterricht*, p. 70 seq.; TIMERDING, *Die kaufmännischen Aufgaben*, p. 35.

⁶ LIETZMANN, *Die Organisation*, pp. 161, 173, 178, 182, 197; THAER, *loc. cit.*, p. 73; WIELEITNER *loc. cit.*, p. 31; WITTING, *loc. cit.*, p. 24.

⁷ BRANDENBERGER, *loc. cit.*, pp. 60, 90.

rarely taught, either in the elementary schools or the general « high schools ». In the « technical high schools » (a relatively new type, parallel to the older type of general « high school »), and in the colleges where engineering courses are given, these methods are taught incidentally in the courses where they would naturally be used. The slide rule is coming into extensive use in the « technical high schools », and it is used in all engineering courses in the colleges. In the better types of general high schools it is occasionally explained to the classes in trigonometry. Mathematical tables are not used in the « high schools » until trigonometry, which is an elective study, is reached. In general, 5-place tables are used. In some arithmetics and in some official courses the table of compound interest is used in the eighth grade (age 13 years). Mortality tables are rarely seen in the secondary school. The method of computing tables is not taken up in the elementary classes, but in the calculus and in higher algebra (college studies, age 18-19) the student is shown how certain functions ($\sin x$, e^x , $\log x$, etc.) are expanded in series and how these series may be used in the making of tables. Graphic and arithmetic solutions of numerical higher equations are given in the college course in algebra (age about 18 years), the arithmetic solutions being effected usually by Horner's method. Graphic methods of solving such equations are beginning to be more highly appreciated.

The bearing of this type of computation upon the industrial problems of the present is important. In our time the typewriter has replaced the pen to a great extent, and the computing cash register has replaced the old cash drawer. Japan has kept her soroban¹ because she believes that the era of mechanical calculation is to return. In the Western World the cheapening of the calculating machine is testifying to Japan's forethought. What should the schools do in view of this change? Already the attempt to train the « lightning calculator » is past, but are we entering upon a period of practical graphical computation? of the replacing of logarithmic tables by the slide rule? and of inexpensive machines that shall perform the ordinary calculations, as they already perform the extraordinary ones? If so, are we to make the mistake that we made with logarithms, of using 7-place tables when 4-place ones would be better, or can we select with scientific forethought the material that is really practical?

This committee was charged with the duty of reporting upon present conditions and of propounding questions, but not of making recommendations as to the future. Since the stating of a

¹ See the report of Professor FUJISAWA.

problem is quite as important as the solution, it is hoped that some of the questions that have been raised will serve a good purpose. That certain of these problems deserve more than a passing notice need hardly be asserted¹.

Questionnaire. — Rappelons ici le questionnaire qui a servi de base à l'étude de M. SMITH. Il avait été rédigé et distribué par M. LIETZMANN, au nom de la Sous-commission A.

Extrait de la circulaire de M. le Dr W. LIETZMANN. — Objet : L'intuition et l'expérience dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes.

Délimitation du sujet. L'intuition et l'expérience jouent un rôle prépondérant dans l'enseignement géométrique des écoles élémentaires et des cours complémentaires (Fortbildungsschule), ainsi que dans l'enseignement propédeutique des écoles moyennes. Dans la suite, il ne sera pas question de tout cela. Nous allons de même laisser de côté les cas multiples où l'intuition et l'expérience sont destinées à compléter ou à remplacer les développements logiques et déductifs, dans l'enseignement systématique de la géométrie dans le domaine des éléments d'Euclide. Nous aurons peut-être l'occasion, dans une séance ultérieure de la Commission, d'examiner ces questions extrêmement importantes, en tenant compte du point de vue psychologique. Afin de bien délimiter le sujet, il conviendra donc à Cambridge de s'en tenir au rôle de l'intuition et de l'expérience dans les classes supérieures des écoles moyennes.

Pour organiser les travaux préparatoires, il est désirable d'avoir un tableau de l'état actuel de ce qui se fait dans les différents pays. Nous nous permettons à cet effet de vous soumettre les questions suivantes :

1. *Mesure et estimation des grandeurs.* Dans quels établissements, gymnase, école réelle supérieure, etc., dans quelle étendue et dans quelles classes (âge des élèves).

a) Procède-t-on à des mesures *géodésiques* pratiques pour les utiliser ensuite numériquement?

Usage du théodolite, de la chaîne d'arpenteur, etc.

b) Fait-on des observations et des mesures *astronomiques* avec des problèmes qui s'y rattachent?

Usages d'appareils photographiques, instruments universels.

2. *Dessin et représentation graphique.* Dans quels établissements, dans quelle étendue et dans quelles classes présente-t-on :

a) La géométrie descriptive (Projection oblique? — Plan et élévation? — Projection centrale? — Théorie des ombres?)

Y a-t-il fusion entre cet enseignement et l'enseignement de la stéréométrie? L'enseignement est-il donné par le maître de mathématiques ou par le maître de dessin?

¹ After this report was ready for the press the note by Messrs. Cardinaal and Barrow, relating to the schools of Holland, appeared in *L'Enseignement mathématique*, July, 1912, p. 327. The plea for the freedom of the teacher in the matters referred to in this report is worthy of careful consideration.

b) Les méthodes graphiques (Représentation de fonctions sur du papier millimétrique? — Représentation des vecteurs? — Champ scalaire? — Calcul graphique et spécialement statique graphique? — Evaluation de surfaces à l'aide du papier millimétrique ou du planimètre?)

3. *Calculs et évaluations numériques.*

a) Calcul abrégé à l'aide de fractions décimales?

b) Emploi de la règle à calcul?

c) Tables numériques (nombre de décimales pour le calcul logarithmique et les fonctions trigonométriques? — Emploie-t-on aussi des tables de racines carrées ou de racines cubiques et des tables de mortalité? — Est-ce que l'on montre à l'aide d'exemples comment on peut calculer les valeurs des logarithmes et des fonctions trigonométriques?)

d) Résolution numérique et graphique des équations par approximation (Règle de Newton? — Regula Falsi? — Méthodes nomographiques?).

Les deux publications ci-après permettent d'orienter le lecteur sur quelques-unes de ces questions et sur les réponses concernant l'Allemagne:

P. ZÜHLKE : *Der Unterricht im Linearzeichnen und in der darstellenden Geometrie* (III. Bd., Heft 3 der Abhandl.).

B. HOFFMANN : *Astronomie, Vermessungswesen, mathematische Geographie an den höheren Schulen* (III. Bd., Heft 4 der Abhandl.), actuellement sous presse.

DISCUSSION

M. FUJISAWA, qui présidait la première partie de la séance, remercia M. SMITH, au nom de l'assemblée, pour son exposé si documenté, puis il ouvrit la discussion sur cet intéressant rapport.

M. LAISANT estime qu'il eût été préférable de faire porter l'enquête sur l'ensemble de l'enseignement, depuis la première initiation, tandis que la Sous-commission a cru devoir limiter l'étude à l'enseignement moyen. Puis MM. THAER et LIETZMANN développent et complètent certains passages du rapport de M. Smith pour ce qui concerne tout particulièrement l'Allemagne, M. E. DINTZL pour l'Autriche, M. BICHE pour la France, MM. SIDONS et CARSON pour l'Angleterre et M. GOLDZIEHER pour la Hongrie. Envisageant la question dans son ensemble, M. v. DYCK (Munich) tient à faire constater que les discussions soulevées par la Commission montrent le rôle utile qu'elle a déjà exercé jusqu'ici en appelant les mathématiciens du monde entier à réfléchir sur les questions si importantes des méthodes et des plans d'étude de l'enseignement mathématique.

M. C.-A. LAISANT (Paris). — Je ne voudrais à aucun prix entraver, ni même retarder, la discussion de l'intéressant et consciencieux rapport de notre collègue M. D.-E. Smith. Mais il est de mon devoir de vous dire les motifs pour lesquels il m'est impossible de prendre part à cette discussion, tout en reconnaissant qu'elle pourra produire quelques résultats utiles.

La question me semble mal posée, ou pour mieux dire posée d'une façon incomplète, ce qui, par cela même, la rend insoluble. Le rôle de l'intuition et de l'expérience dans l'éducation en général, dans l'enseignement mathématique notamment, est l'un des problèmes capitaux de la pédagogie. Mais restreindre l'examen de ce problème à la considération des écoles moyennes (ou secondaires) c'est le rendre insoluble, et méconnaître les conditions psychologiques et physiologiques du développement cérébral.

Suivant, en effet, qu'un enfant qui débute dans l'enseignement secondaire aura subi une préparation antérieure de telle ou telle nature, les procédés pédagogiques que vous pourrez lui appliquer utilement différeront du tout au tout. Si chez cet enfant, depuis le début, on a fait appel à l'intuition et à l'expérience, la continuation sera toute naturelle, et il n'y aura pour ainsi dire qu'à mettre l'élève en garde contre le danger des surprises, si le raisonnement logique n'exerce pas un contrôle assez sévère.

Si votre élève, au contraire, n'a acquis ses notions mathématiques antérieures que dogmatiquement et à force de mémoire — comme cela arrive trop souvent hélas — l'intuition et l'expérience exigeront de sa part de nouveaux efforts pour être mises en œuvre, en outre; il les considérera avec une sorte de dédain, comme des procédés manuels bons pour un apprentissage, mais indignes de lui. Et je n'hésite même pas à dire, moi partisan irréductible de l'intuition et de l'expérience introduites dans l'enseignement, que, dans certains cas particuliers, cette introduction peut devenir dangereuse.

La nature ne connaît pas nos divisions artificielles, nos classifications souvent arbitraires. Il est impossible de négliger le passé en s'occupant du présent, sous peine de grosses déceptions. Un architecte qui s'occuperait des matériaux à employer pour la construction des étages d'un édifice, sans se soucier de l'examen des fondations, serait d'une imprudence sans pareille.

Je crois donc que la Commission s'est trompée, en ne donnant pas à la question l'ampleur qu'elle comporte. Mais je suis sûr que le débat sera repris ultérieurement dans les conditions qu'entraîne fatalement la nécessité même des choses. Soit au prochain congrès, soit dans des réunions préparatoires qui auront lieu auparavant, la question se posera dans toute son unité, comme elle doit être posée. La discussion actuelle, je le répète, sera un élément utile, mais elle ne saurait avoir un caractère définitif.

Je regrette l'erreur commise par la Commission. Je serais cependant désolé qu'on pût attribuer à ma brève intervention une pensée d'obstruction qui est bien loin de moi.

Allemagne : *Remarques* de M. A. THAER (Hambourg). — *Mehrfach ist dem Schmerze über den Tod des Herrn P. TREUTLEIN wohlthuender Ausdruck verliehen worden, ganz besonders wird er aber heute bei der Besprechung von « Anschauung und Experiment im mathematischen Unterricht » vermisst werden, denn er ist seit mehr als einem Menschenalter der Führer dieser Bewegung in Baden gewesen und durch die Unterstützung des Herrn F. Klein für ganz Deutschland geworden. Es ist als ein Glück zu bezeichnen, dass es ihm noch vergönnt war sein Buch « Der geometrische Anschauungsunterricht als Unterstufe eines zweistufigen geometrischen Unterrichts an unseren höheren Schulen » zu vollenden. Das Werk ist zu sehr der Ausdruck der hinreissenden Persönlichkeit des Herrn Treutlein, als dass es*

einem andern möglich wäre eine einigermaßen entsprechende Schilderung zu geben. Er empfiehlt darin die in Österreich-Ungarn seit einem halben Jahrhundert mit Erfolg erprobte Methode der Zweistufigkeit des geometrischen Unterrichts. Aber auch wer in diesem Punkte von ihm abweicht, wird dem Buche ausserordentlich viel entnehmen vor allem die Richtigkeit der feinen Charakterisierung, die Herr D. E. SMITH von der deutschen Art des Reform-Unterrichts gibt, « To mix the intuitional and the deductive work ». Herr F. KLEIN hat in dem Einführungswort zu dem Buche des Herrn P. TREUTLEIN jedes Missverständnis über den deutschen Anschauungsunterricht durch folgende Worte auszuschliessen versucht: « Der Kunst des Lehrers bleibt es überlassen, von den anschauungsmässigen Elementen schon während des vorbereitenden Unterrichts allmählich zur logischen Erfassung der Zusammenhänge überzuleiten, sodass nicht nur eine vorläufige Kenntnisnahme der grundlegenden räumlichen Vorstellungen, sondern unmittelbar eine tragfähige Grundlage für den höheren geometrischen Unterricht gewonnen ist, der, wie es Max Simon einmal ausdrückt, eine chemische Verbindung von Anschauung und Logik darstellen soll. »

Aber nicht bloss in diesem Punkt sondern auch in den übrigen Beziehungen gibt der Bericht des Herrn D. E. SMITH bei aller Kürze ein treues und klares Bild über den gegenwärtigen Stand der Reformbewegung in Deutschland, soweit er sich aus den umfassenden und eingehenden I. M. U. K. Berichten ersehen lässt und die Abschnitte « Anschauung und Experiment » betrifft.

Es könnte also genügend erscheinen, wenn ich hier nur noch einmal zur näheren Aufklärung auf die I. M. U. K. Abhandlungen hinweise, die neben den Einzelberichten die hier behandelten Fragen in mehr zusammenfassender Darstellung bringen, das sind die Arbeiten der Herren HOFFMANN, LIETZMANN, SCHIMMACK, ZÜHLKE.

So nahe es liegt, den Stand der Reform aus den Lehrbüchern zu beurteilen, sie können, wie auch schon die Berichte der Herren LIETZMANN, SCHIMMACK und ZÜHLKE hervorgehoben haben, nicht als unbedingt treues Bild gelten, selbst die ausdrücklich als Reformlehrbücher bezeichneten, so treffliche Wegweiser sie sind. Denn bei der Kürze der Zeit basieren sie zu sehr auf der subjektiven Ansicht der Verfasser und der im günstigsten Fall kurzfristigen Erfahrung eines ersten Experiments. Der lebendige Austausch von Erfahrungen beim Besuch von Schulen und auf Versammlungen ist jedenfalls als Ergänzung wünschenswert und tatsächlich von den oben genannten Herren benutzt worden ebenso wie die eingehenden Antworten in den versandten Fragebogen. Auch ich kann natürlich nur subjektive Eindrücke mitteilen, aber ich möchte betonen, dass sie nur zum kleinsten Teil dem eigenen Unterricht ihren Ursprung verdanken.

Der Ruf nach Anschauung hat zunächst zur Herstellung zahlreicher künstlicher Anschauungsmittel geführt. Mir scheint die herrschende Tendenz jetzt dahin gehen zu wollen, die natürlichen Anschauungsmittel mehr zu benutzen, den Schüler anzuleiten mathematische Begriffe aus seiner Umgebung zu abstrahieren und wieder auf sie anzuwenden. Wichtig ist, dass man sich nicht auf den Schulraum beschränkt, deshalb ist der Feldmessunterricht so fruchtbar, weil er ins Freie führt. Möglich ist er auch in der Grossstadt. Neben der allerdings nicht ganz zu vernachlässigenden Benutzung genauerer Instrumente — Messstange und Sextant verdienen vielleicht den Vorzug vor Bandmass und Theodolit — ist die einfache Zählung der Schritte,

das aus dem Zeichenunterricht wohlbekannte Verfahren der Bestimmung scheinbarer Grössen mit Hilfe des ausgestreckten Armes und eines Massstabes zu pflegen. Benutzt man als Massstab den logarithmischen Rechenstab (sliding rule), so kann man die Winkel besonders bis 5° überraschend genau bestimmen.

Was die *Astronomie* betrifft, so möchte ich feststellen, dass ich unter den etwa 20 neu gebauten Schulen, die ich in Deutschland gesehen, auch höhere Mädchenschulen, keine ohne astronomisches Observatorium gefunden habe, zum Teil auch mit Präzisionsinstrumenten ausgestattet, was mir aber nicht das Wesentliche erscheint. Die Hauptsache bleibt ja, dass der durch das Copernikanische System hochmütig auf alle unmittelbare Anschauung herablickende Schüler erst einmal wieder einigermaßen im Ptolemäischen heimisch wird, die Drehung des Himmelsgewölbes, die Bewegung von Mond und Sonne, einiger Planeten, der Jupitermonde roh messend verfolgt. Ideal ist gewiss ein Unterricht, wie ihn Herr HOFFMANN schildert, ich fürchte nur, nicht 5% der Schulen werden ihn adoptieren, und mancher wird sich ganz abhalten lassen, weil er den Vorwurf der Unwissenschaftlichkeit fürchtet, wenn er es nicht so vollendet wie Herr HOFFMANN macht. Das beste astronomische Schulobservatorium ist ein flaches Dach, zugleich eine vorzügliche Basis für die Pöthenotsche Aufgabe und, wenn ein sonstiger Turm zur Verfügung steht, für die Hansensche.

Für *Linearzeichnen und Darstellende Geometrie* möchte ich auf Herrn ZÜHLKES Arbeit verweisen und nur erwähnen, dass man neuerdings versucht, die Zentralperspektive nicht an den Schluss, sondern an den Anfang der Körperdarstellung zu stellen, älteren Anregungen des Württembergers HERTTER und des Berliners MARTUS folgend. Für die Versuche spricht, dass dem Schüler aus dem Zeichenunterricht die Praxis geläufig ist und dass die Bilder anschaulicher und wohlgefälliger sind als die axonometrischen. Dagegen spricht, dass die Theorie schwieriger ist. Für die Darstellung der Kugel, besonders zur korrekten zeichnerischen Lösung astronomischer Aufgaben gewinnt die stereographische Projektion etwas mehr Freunde. Da vielfach Mathematiker sich jetzt in Deutschland auch die Lehrbefähigung in Geographie erwerben, wird Kartenprojektion und Kartenlesen auch im mathematischen Unterricht gepflegt.

Das *Zeichnen von Kurven* und graphischen Lösungen wird nach der Ansicht vieler bereits übertrieben. Vor allem sind statistische Kurven vielfach eher geeignet, den Begriff der Funktion zu verschleiern, als ihn zu enthüllen. In der Geographie sind sie gewiss nützlich, aber in der Mathematik eigentlich erst dann, wenn sie zur Feststellung einer funktionalen Abhängigkeit führen. Bei Kursschwankungen eines Industripapiers dürfte das schwer sein, aber z. B. aus der Gold- und Silberproduktion auf den Preis des Silbers, soweit er nicht durch Börsenspekulationen alteriert ist, zu schliessen, ist für einen Schüler der Mittelklassen nicht zu schwer.

Es ist richtig, was Herr D. E. Smith sagt, dass der *logarithmische Rechenstab* in Deutschland bis vor Kurzem noch wenig verbreitet war, Schuld war erst der hohe Preis. Noch vor 10 Jahren kostete ein guter Stab $12\frac{1}{2}$ M. Dann kamen billige und minderwertige Fabrikate, die erst recht den Rechenstab diskreditierten. Seit der Preis für gute Stäbe mit trigonometrischer Einrichtung auf 5 M. herabgegangen ist, nimmt ihr Gebrauch ausserordentlich zu. In Bayern ist er durch Herrn v. Dyck für alle Realanstalten obligatorisch gemacht. In einzelnen Schulen hat er aus den Oberklassen

alle logarithmischen, trigonometrischen, Quadrat- und sonstigen Tafeln verdrängt. Für physikalische und Versicherungs-Aufgaben sind allerdings noch Tafeln nötig. Eine grosse Rolle spielt der Rechenstab auch gerade bei der graphischen Lösung numerischer Gleichungen, algebraischer sowohl wie transzendenter.

Wenn natürlich auch der Schüler die Kurven selbst zeichnen soll, möchte ich doch erwähnen, dass ein von Herrn J. SCHRÖDER in Hamburg konstruierter Apparat gute Dienste tun kann. Die Kurve wird aus Draht in einer ebenfalls aus Drähten gebildeten Ebene hergestellt. Macht man die Ebene um die Gerade $x - y = 0$ drehbar, so verwandelt sich jede Kurve durch Drehung um 180° im Raum in die inverse, also e^x in $\log \text{nat } x$, $\sin x$ in $\text{arc } \sin x$, $\text{tg } x$ in $\text{arc } \text{tg } x$, u. s. w.

Quadratisches Papier wird sehr stark benutzt. Die Flächenbestimmung durch Abzählung findet z. B. Verwendung bei der Integralrechnung in der Auswertung bestimmter Integrale. Hier ist es nicht nur zur Prüfung eines erhaltenen Resultats nützlich, sondern es zeigt dem Schüler auch einen Ausweg, wo die ihm bekannten Formeln versagen.

Autriche: *Remarques de M. E. DINTZL* (Vienne). — Wenn ich zunächst dem zur Diskussion gestellten Programm die Frage herausgreife, wie der aus Unterricht in der *Darstellenden Geometrie* an den höheren Lehranstalten betrieben wird, so geschieht es deshalb, weil diese Disziplin in Oesterreich insbesondere an den Realschulen schon seit langem mit grosser Sorgfalt gepflegt wird und auch in der gegenwärtigen Form ganz charakteristische Merkmale aufweist. Ich könnte mich zwar damit begnügen, auf die ausführlichen Berichte von Prof. MÜLLER und ADLER in den Veröffentlichungen der österreichischen Subkommission hinzuweisen. Es gibt aber noch ein plattischeres Mittel, die Unterrichtsmethode in diesem Gegenstande vorzuführen, d. i. an der Hand von Zeichnungen, welche von den Schülern in den Unterrichtsstunden wirklich ausgeführt worden sind. Ich habe darum solche Schülerzeichnungen von vier Wiener Realschulen (2. Staatsrealschule im 7., 13. und 18. Bezirk) und einem Wiener Realgymnasium (2. Bezirk) mitgebracht und lade Sie ein, dieselben zu besichtigen. Was Ihnen bei der Durchsicht dieser Zeichnungen vor allem auffallen wird, das sind die vielen Darstellungen technischer Objekte, z. B. von Gerüstteilen, Säulen, Gesimsen, ja von ganzen Häusern und Kapellen. Dies ist ein besonderes Merkmal des modernen Unterrichtes und hängt aufs engste mit den Reformideen zusammen, welche Prof. Dr. Emil Müller von der technischen Hochschule in Wien in bezug auf den Unterricht in der Darstellenden Geometrie an den technischen Hochschulen vertritt. Solche Darstellungen einfacher technischer Objekte erwecken, wie von Seite der Lehrer stets versichert wird, das lebhafteste Interesse der Schüler und zwar aus einem doppelten Grunde. Einmal ist es klar, dass Wirklichkeitsaufgaben, hier also einfache Beispiele aus der Architektur, den Schüler mehr fesseln, als theoretische Aufgaben. Dazu kommt aber noch ein psychologisches Moment, d. i. die ständige Kontrolle, welche der Schüler aus sich selbst, aus seiner unmittelbaren Anschauung heraus auszuüben vermag. Das Bild eines technischen Objektes ist, wie einmal gesagt wurde, einem Porträt vergleichbar, an dem man bei jedem Striche, den man zeichnet, sieht, ob derselbe richtig ist oder nicht. Sie dürfen aber daraus nicht den Schluss ziehen, als ob der Unterricht in einer

systemlosen Aneinanderreihung solcher Aufgaben bestünde. Dies widerumso leichter verzichten, als ja Prof. D.-E. Smith in seinem ausgezeichneten Berichte dieselben für unser Land in klarer Weise beantwortet. Hier nur einige Bemerkungen allgemeiner Natur. Es ist wahr, dass an den österreichischen Mittelschulen Anschauung und Experiment eine grosse Rolle spielen und zwar nicht bloss auf der dreijährigen Unterstufe, welche wir für eine ungemein wertvolle Institution halten, sondern auch in den mittleren und oberen Klassen, wo sie in der Arithmetik in einer vorwiegend graphischen Behandlung des Zahl- und Funktionsbegriffes, in der Geometrie in der Pflege des zeichnerischen Momentes zum Ausdrucke kommen. Die Bewegung schreitet in dieser Richtung gegenwärtig eher vor als zurück. Es ist augenblicklich schwer möglich, irgend eine Kritik auszuüben und auf die beiden Hauptfragen, welche Prof. D.-E. Smith in seinem Referate aufgeworfen hat, präzise Antworten zu geben, da ja die Reformbewegung in Oesterreich noch nicht so langen Datums ist. Aber eines kann heute schon gesagt werden. Wir stehen vor einer Schwierigkeit, um nicht zu sagen vor einer Gefahr, nämlich davor, dass durch das beständige Hereinziehen immer neuer Gegenstände der angewandten Mathematik — wie sie durch das praktische Leben gefordert werden — der systematische Unterricht mehr, als gut ist, eingeengt und bedrückt wird. Wie soll man nun dieser Gefahr wirksam entgegen? In dieser Hinsicht hat vor kurzem Professor SOBOTKA von der böhmischen Universität in Prag Ideen entwickelt, welche sehr beachtenswert sind und für die künftige Entwicklung in Oesterreich von Bedeutung sein können. Sobotka spricht zunächst von der Bedeutung des Experimentes für den eigentlichen mathematischen Unterricht in Arithmetik und Geometrie und sagt, dass « das Experiment (Demonstration von Modellen, graphische Darstellungen, etc.) von Lehrer und Schüler zu pflegen sei, aber nur soweit es das selbständige Erfassen und die Ausbildung des Raumanschauungsvermögens unterstützt, zum Nachdenken zwingt oder dem Gegenstande der Betrachtung neue Seiten abzugewinnen geeignet ist, somit als *Behelf* und nicht als *ausschliessliches Mittel zum Zweck* ». « Was die *Anwendung auf technische Probleme* oder solche, die dem praktischen Leben überhaupt entnommen sind, anlangt, so sei vorderhand — ähnlich wie es in der Physik teilweise der Fall ist, ein besonderes Praktikum der angewandten Mathematik in jeder Mittelschule einzuführen. Hier käme das Experiment in ausgedehntem Masse und in systematischer Anwendung zur Geltung. In weiterer Folge sei jedoch anzustreben, dass angewandte Mathematik mit praktischen Uebungen als Lehrgegenstand, wenn nicht allgemein, so doch wenigstens an den Realschulen, *obligatorisch* eingeführt werde. »

Das sind in aller Kürze die Ideen von Sobotka, soweit sie mit den zur Diskussion gestellten Fragen in Zusammenhang stehen. Man mag gegen diese Vorschläge vielleicht vom Standpunkt der Fusion Bedenken erheben. Dieselben scheinen aber nicht schwerwiegend zu sein — umsoweniger als wir ja in dem Unterrichte in der Darstellenden Geometrie und in seinem Verhältnis zum systematischen Unterricht in der Stereometrie ein gutes Vorbild besitzen. Sicher haben diese Ideen das eine für sich, dass auf diese Weise der Intuition und dem Experimente eine genau fixierte Stellung zugewiesen ist, eine Stellung, welche auch der so wichtigen Erziehung der jungen

Leute im logischen, deduktiven Denken genügend Raum zur Entwicklung lässt.

France. — M. Ch. BUCHE (Paris) insiste sur l'importance qu'on donne en France à la Géométrie descriptive et au Dessin géométrique.

L'exécution d'un dessin géométrique, ou d'une épure oblige l'élève

1° à constater la nécessité d'un raisonnement logique pour établir les faits géométriques, par exemple l'existence d'un cercle passant par 3 points;

2° à se préoccuper de déduire de la solution théorique d'un problème une construction qui soit à la fois simple, précise et susceptible d'être effectuée dans les limites de la feuille de papier.

Les professeurs de mathématiques ont fréquemment demandé que l'enseignement du dessin géométrique soit confié aux professeurs de mathématiques pour que cet enseignement facilite et complète l'enseignement théorique.

Les britanniques. — M. G.-S.-L. CARSON (Tonbridge) said that, in *England* at any rate, there appeared to be confusion between the terms experiment and intuition. Results such as the angle properties of parallel lines, which are at once accepted by a child of 12 if expressed in non-technical terms, are made the subject of numerical measurement with a protractor and yet referred to as intuitive, instead of experimental. He was strongly of opinion that only intuitions in the proper sense of the term should be taken as the basis of a first course of formal Geometry, and that all possible intuitions should be taken as the basis. In this way only could the appearance of proving the obvious, so dangerous and destructive to the logical sense of a young child, be avoided.

He demurred most strongly to the suggestion that logic might be less rigorous at an early age. More postulates than the minimum necessary might and should be accepted, but the processes of deduction based on these postulates should be entirely rigorous from the outset. Any want of rigour in deduction is detected sooner or later, and with bad results; whereas analysis of the interconnection of the set of postulates which have been assumed is, at a later stage, a natural and interesting course for the pupil.

II. — REMARQUES SUR UNE BIBLIOGRAPHIE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Résumé de la communication de C. GOLDZIEH (Budapest).

Le « Bureau of Education » du Gouvernement américain a entrepris de faire paraître une partie de la *bibliographie de l'enseignement mathématique* réunie par MM. D.-E. SMITH (New-York) et C. GOLDZIEH (Budapest). A la suite de l'extension considérable qu'a pris le mouvement de réforme de l'enseignement mathématique, il est évident qu'un pareil ouvrage peut être très utile à l'étude des progrès réalisés et de la propagation des tendances modernes dans l'enseignement mathématique dans les différents Etats.

La bibliographie paraîtra en automne 1912 et sera envoyée gratuitement à tous ceux que la question intéresse. Elle embrasse les années 1900-1912 et contient environ 2000 titres qui sont classés par ordre de sujets et d'après les types d'écoles. Le matériel primitif comprenait 5000 titres; mais il a fallu se limiter à un choix en omettant notamment la liste des manuels modernes. La liste omise serait cependant des plus précieuses, car elle montre comment les tendances nouvelles se sont propagées petit à petit et elle est une preuve de l'origine naturelle des nouvelles exigences.

Le rapport insiste sur l'importance de la partie omise et propose sa publication dans un ouvrage plus grand allant jusqu'en 1915. Pour la publication de cette bibliographie plus étendue, il sera particulièrement important d'obtenir dans chaque pays des collaborateurs afin de réunir un tableau aussi complet que possible.

Le Gouvernement américain a rendu un grand service par la publication de cet ouvrage préliminaire et le rapporteur propose à l'assemblée de transmettre des remerciements chaleureux au Bureau of Education et d'exprimer officiellement le vœu qu'il veuille bien donner également son appui à la publication d'un ouvrage plus étendu.

M. D.-E. SMITH résume la communication en anglais et fournit quelques renseignements complémentaires. Sur sa proposition, la section IV *b*, adopte à l'unanimité la *résolution* suivante :

RESOLVED that Section IV *b*, of the International Congress of Mathematicians, assembled at Cambridge, expresses its thanks to the Honorable the United States Commissioner of Education for his great interest in publishing, for free distribution, the recent bibliography on the teaching of mathematics (1900-1912), and the

hope that it may, through his good offices, be brought to completion to the year 1915, with such additions to the present list as may seem desirable. »

RÉSOLUTION. — *La Section IV b, du 5^{me} Congrès international des mathématiciens réunie à Cambridge, exprime ses remerciements au Bureau of Education des Etats-Unis, pour le grand intérêt dont il a fait preuve en publiant, en vue d'une distribution gratuite, la bibliographie récente sur l'enseignement des mathématiques (1900-1912). Elle exprime le vœu que le Gouvernement américain veuille bien continuer à donner son précieux appui en vue de compléter et de continuer la publication jusqu'en 1915.*

III. — PROLONGATION DU MANDAT DE LA COMMISSION DES TRAVAUX PENDANT LA PROCHAINE PÉRIODE

1. — Sir G. GREENHILL, vice-président de la Commission, présente ensuite la proposition tendant à prolonger le mandat de la Commission. Cette proposition a déjà été examinée par les délégués dans leur séance du 21 août. Elle est motivée par le fait que dans plusieurs pays les rapports des Sous-commissions nationales sont encore en cours de publication et il y aura lieu ensuite de faire une série d'études comparées sur certaines questions d'une importance fondamentale en tirant parti des documents réunis par les Sous-commissions nationales.

Voici le texte de la *résolution* adoptée par la section IV b; elle a été soumise au Congrès, dans sa séance plénière du même jour, par M. GODFREY, président de la section (voir plus haut *Aperçu général*) :

« *Le cinquième Congrès international des Mathématiciens adresse ses remerciements aux gouvernements, aux institutions et aux personnes qui ont accordé leur aide à la Commission internationale de l'Enseignement mathématique;*

« *Décide de prolonger les pouvoirs du Comité central composé de MM. F. KLEIN (Göttingue), Sir G. GREENHILL (Londres) et H. FEHR (Genève) et, suivant la requête qui lui est adressée, d'adjoindre à ce Comité M. David-Eugène SMITH (New-York).*

« *Prie les délégués de bien vouloir continuer leurs offices en s'assurant la coopération de leurs gouvernements respectifs et en poursuivant leurs travaux;*

« *Et invite la Commission à présenter un rapport ultérieur au 6^{me} Congrès international et à organiser dans l'intervalle telles réunions que les circonstances lui dicteront.* »

2. — M. H. FEHR, secrétaire-général, parle ensuite des travaux de la Commission pendant la prochaine période. Dans sa réunion de Hahnenklee, le Comité central a examiné la suite qu'il convient à donner aux travaux de la Commission. Les Sous-commissions s'efforceront tout d'abord de terminer leurs rapports. Puis comme suite aux réunions de Milan et de Cambridge, le Comité central mettra à l'étude quelques questions qui lui paraissent particulièrement importantes, telles que *les mathématiques dans les écoles d'ingénieurs, le rôle de la psychologie dans l'enseignement mathématique, la préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques*. D'autre part on propose de consacrer également une discussion aux *mathématiques dans les établissements de jeunes filles*.

Le Comité central compte réunir la Commission, à Paris, en 1914, dans les premiers jours d'avril; l'ordre du jour comprendra, entre autres, la question *des mathématiques dans l'enseignement technique supérieur*.

L'année suivante, en été 1915, il y aurait une réunion en Allemagne, à Göttingue ou Halle. Elle serait consacrée à *la préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques*.

Puis viendrait, en 1916, le Congrès de Stockholm, avec, comme clôture, des aperçus d'ensemble sur les travaux de la Commission.

Le Comité tiendra compte, dans la mesure du possible, des vœux et propositions qui lui seront transmis au sujet des prochaines réunions. A ce sujet MM. CARSON et GARSTANG signalent quelques points spéciaux sur lesquels il conviendrait d'ouvrir une discussion.