

GAUTHIER-VILLARS & C^e, Editeurs, 55, *Quai des Grands-Augustins, Paris.*
GEORG & C^e, Editeurs, 10, *Corraterie, Genève.*

L'ENSEIGNEMENT

MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE
REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1898 par G.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRIGÉE PAR

H. FEHR

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Genève

A. BUHL

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse

Organe officiel de la *Commission internationale de l'Enseignement mathématique.*

Six numéros par volume.

Administration : 110, route de Florissant, Genève (Suisse).

Abonnements. — Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

On s'abonne : en France, à la Librairie GAUTHIER-VILLARS & C^e, Paris, 55, quai des Grands-Augustins, et chez les principaux libraires, au prix de 100 fr. français, à partir du Tome 26.

Dans tous les autres pays, on s'abonne : 1^o Par l'envoi d'un mandat poste de 20 fr. suisses, à la Librairie GEORG & C^e, à Genève, 10, Corraterie; 2^o chez les principaux libraires.

Rédaction. — Pour tout ce qui concerne la *Rédaction*, s'adresser : à M. H. FEHR, 110, route de Florissant, Genève, ou à M. A. BUHL, Faculté des Sciences, Toulouse.

La *collection complète* des volumes parus ainsi que des volumes isolés peuvent être obtenus en s'adressant à l'un des éditeurs ou à l'Administration de la Revue, 110, Florissant, Genève.

Pour une série d'au moins dix volumes, le prix est de 15 francs suisses le volume.

Commission internationale de l'Enseignement mathématique

COMITÉ CENTRAL

Président : D.-E. SMITH, New York.

Vice-Présidents : G. CASTELNUOVO, Rome, et J. HADAMARD, Paris.
W. LIEZMANN, Göttingue.

Secrétaire-général : H. FEHR, Genève.

PUBLICATIONS

DU

COMITÉ CENTRAL

rédigées par

H. FEHR

Prof. à l'Université de Genève.
Secrétaire-général de la Commission.

3^e SÉRIE. — 1928 à 1932.

Les modifications essentielles de l'enseignement mathématique
dans les principaux pays depuis 1910.

Extrait de *L'Enseignement mathématique*

Organe officiel de la Commission.
Tomes XXVIII, XXIX, XXX et XXXII.

SecrÉTARIAT-GÉNÉRAL

110, Route de Florissant, 110

Genève (Suisse).

1933

1928

1832

COMMISSION INTERNATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

La Commission internationale de l'Enseignement mathématique au Congrès de Bologne. — Septembre 1928.

Pour la première fois depuis la Conférence internationale qui a eu lieu à Paris en avril 1914, la Commission internationale de l'enseignement mathématique s'est trouvée en présence d'un congrès auquel ont pu de nouveau être conviés les savants de tous les pays. Son secrétaire général a saisi cette occasion pour rendre publiquement compte des travaux de la Commission et pour attirer une fois de plus l'attention des mathématiciens sur les nombreux documents mis à leur disposition. Grâce au concours dévoué de plus de 300 collaborateurs, le Comité central et les sous-commissions nationales ont publié près de 200 fascicules ou volumes. On en trouvera la liste¹ dans l'*Enseignement Mathématique*, Tome XXI, nos 5-6.

Sur l'initiative de la sous-commission américaine, ces travaux vont être complétés par une *nouvelle série de rapports* dans lesquels seront exposés, pour les principaux pays, les progrès accomplis au cours des dix dernières années. Ils seront publiés simultanément dans le *Yearbook of the Council of teachers of mathematics*, et dans l'*Enseignement mathématique*.

A la suite de la communication présentée par M. H. FERR, secrétaire général de la commission, la section VI, dans sa séance du 5 septembre 1928, sous la présidence de M. le professeur CASTELNUOVO, a adopté à l'unanimité la résolution suivante, approuvée par le Président du Congrès, M. le Professeur PINCHERLE.

1. *Le Congrès international des mathématiciens adresse ses remerciements aux gouvernements, aux institutions et aux personnes qui ont accordé leur aide à la Commission internationale de l'Enseignement mathématique, et rend hommage à la mémoire des membres décédés.*

2. *Il décide de proroger les pouvoirs du Comité central, composé actuellement de MM. David-Eugène SMITH (New-York), président, CASTELNUOVO (Rome) et HARAMARD (Paris), vice-présidents, H. FERR (Genève), secrétaire-général, et qui devra être complété par l'adjonction d'un cinquième membre, désigné par cooptation.*

¹ Voir aussi: Publications du Comité central, 2^e série, fasc. 5.

SOMMAIRE DE LA 3^e SÉRIE (1928 à 1932)

I. — La Commission internationale de l'Enseignement mathématique au Congrès de Bologne; septembre 1928. Par H. FERR.
But et organisation de la Commission pour la période 1929 à 1932. Par H. FERR.

II. — Les modifications essentielles de l'enseignement mathématique dans les principaux pays depuis 1910:

Préambule, par H. FERR.
France, par A. CHATELIER.
Italie, par F. ENRIQUES.
Suisse, par S. GÄRTNER.
Allemagne, par W. LIEZMANN.
Angleterre, par C. ST. CARSON.
Hollande, par D. J. E. SCHREK.
Autriche, par C. FALK.
Etats-Unis, par W. REEVE.
Japon, par YAYOTARO.
Scandinavie, par P. HEEGAARD.
Tchécoslovaquie, par Q. VETTER.
Hongrie, par Ch. GOLDNER.
Russie, par D. SINTSOV.

3. Il prie le Comité central de compléter la commission de manière que toutes les nations participant au congrès y soient représentées, et de s'assurer la coopération de leurs gouvernements.

Le Comité central a désigné comme cinquième membre, M. le Professeur W. LIEZMANN (Goettingue), bien connu pour ses publications de méthodologie mathématique et pour la part si active qu'il a prise aux travaux de la sous-commission allemande.

Une fois la commission complétée selon le vœu exprimé à Bologne, le Comité central reprendra l'étude de la préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques, conformément à la décision prise en avril 1914 à la conférence de Paris. Le plan général des travaux et le questionnaire venaient d'être achevés lorsqu'éclata la guerre mondiale.

De nouveaux problèmes ont été suggérés à l'occasion du Congrès de Bologne. Le Comité central ne manquera pas de les examiner avec soin et en confiera, s'il y a lieu, l'étude à des sous-commissions.

H. FEHR.

Octobre 1928.

But et organisation de la Commission pour la période 1929 à 1932.

Siège de la Commission : 110, Florissant, Genève (Suisse). — Secrétaire général: M. le Prof. H. Fehr.

Fondation : avril 1908, Rome, Congrès international de Mathématiques; mandat renouvelé à Cambridge (1912), à Bologne (1928).

But : étude des progrès à réaliser dans l'enseignement mathématique à tous les degrés et coordination des travaux qui s'y rapportent.

Membres : la Commission est formée par les délégués représentant les pays qui prennent part aux Congrès internationaux de mathématiques. Chaque pays ou groupe de pays est représenté par un délégué; il peut en outre désigner un ou deux membres suppléants.

Direction : la Commission est dirigée par un comité de cinq membres.

Ce comité est dit comité central; il a les pouvoirs les plus étendus.

A la suite des décisions prises au Congrès de Bologne, le Comité central se compose de

MM. David-Engèle SMITH, New-York, président;

G. CASTELNUOVO, Rome, vice-président;

G. HADAMARD, Paris, vice-président;

H. FEHR, Genève, secrétaire-général;

W. LIEZMANN, Goettingue.

Finances : pour subvenir aux frais généraux de la Commission, il est constitué un fonds formé par les contributions de 400 francs suisses par pays pour la période 1928-1932. Elles doivent être adressées au secrétaire-général en un ou deux versements. Le secrétaire-général présentera un rapport financier à la réunion de la Commission qui aura lieu au prochain congrès international de mathématiques.

Langues officielles : afin de faciliter le travail du secrétariat-général, la correspondance et les rapports doivent être rédigés dans l'une des quatre langues suivantes : allemand, anglais, français ou italien.

Organe officiel de la commission: L'Enseignement multinationale, revue internationale, servira, comme par le passé, d'organe à la Commission. Il publiera les rapports et les communications du Comité central et rendra compte des travaux de la commission.

*Publication des travaux faits sous les auspices de la Commission: les rapports publiés dans les divers pays sous les auspices de la Commission seront distribués aux membres par les soins du secrétaire-général. Le Comité central exprime le désir que ces rapports soient imprimés suivant le format de *L'Enseignement multinationale* et que les délégations des divers pays en adressent 75 exemplaires au Secrétaire-général pour la répartition aux membres.*

*Travaux en préparation: comme suite aux travaux déjà publiés de 1908-1928 et conformément aux vœux exprimés au Congrès de Bologne, le Comité central s'attachera plus particulièrement à l'étude de la *préparation théorique et pratique des professeurs de multinationales*. Le plan général des travaux et le questionnaire avaient déjà été établis au lendemain de la conférence de Paris (avril 1914). Le questionnaire de 1914 a été revu et complété.*

H. FERR.

Janvier 1930.

XXXVIII^e Année, 1929. — Nos 1-2-3.

Hommage de l'auteur.

Paru en août 1929

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE

REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1889 par C.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRECTEUR PAR

H. FEHR

Docteur es sciences
Professeur à l'Université
de Genève

A. BUEHL

Docteur es sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique dans les principaux pays depuis 1910 :

Préambule, par H. FEHR
France, par A. CHATELET
Italie, par F. ENRIQUES
Suisse, par S. GAGNEBIN

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & C^{ie}, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & C^{ie}, ÉDITEURS

1929

LES

MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE

DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

PRÉAMBULE.

Ces rapports sur les modifications essentielles de l'enseignement des mathématiques dans les principaux pays depuis 1910 ont été entrepris sur l'initiative et avec l'appui financier de la délégation américaine de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique pour être publiés simultanément, en anglais dans le *Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (tome IX, 1929) dirigé par le Prof. W. D. REEVE (Columbia University, New York), et en français dans *L'Enseignement Mathématique*.

Ce tableau de l'état actuel de l'enseignement des mathématiques vient compléter d'une manière très heureuse les rapports publiés de 1900 à 1922 par la Commission internationale de l'enseignement mathématique¹. Il ne manquera pas de contribuer à son tour à la réalisation de nouveaux progrès.

Voici la liste des pays avec les noms des collaborateurs. L'ordre de publication dans *L'Enseignement Mathématique* sera celui dans lequel nous obtiendrons le texte français.

Allengne Par le Dr W. LIETZMANN, directeur de l'École
réale supérieure de Goettingue.

Angleterre Par le Dr G. St. L. CARSON, de l'Université de
Liverpool.

Autriche Par le Dr Konrad FALK, de l'Institut péda-
gogique de Vienne.

¹ Prof. W. F. OSEOOD, Harvard University; David Eugene SMITH, au Teachers College, Columbia University, New-York; J. W. A. YOUNG, University of Chicago.
² Voir la liste complète dans *L'Évén. Math.*, tome XXI, 1920, nos 5-6, p. 319-342.

Etats-Unis

Par le Prof. William David BERRY, du Teachers College de la Columbia University, New York City.

France

Par A. CHARLET, Recteur de l'Académie de Lille.

Italie

Par le Prof. F. ENRIQUES, de l'Université de Rome.

Japon

Par le Prof. YAYORARO ABE, de l'École normale supérieure de Tokio.

Hollande

Par le Dr D. J. E. SCHRAEK, professeur à Utrecht.

Hongrie

Par le Prof. Charles GOLDZINER, Budapest.

Pays Scandinaves

Par le Prof. Paul HEGGAARD, de l'Université, Oslo.

Russie

Par le Prof. S. SINZOF, de l'Université, Kharkof.

Suisse

Par le Dr S. GAGNERIN, professeur au Gymnase de Neuchâtel.

Tchécoslovaquie

Par le Dr Quido VETTER, Prague.

Nous espérons que d'autres pays pourront encore être pris en considération dans cette nouvelle série de rapports.

H. FERR.

FRANCE

Par A. CHARLET, Recteur de l'Académie de Lille.

Organisation de l'enseignement. — On sait qu'en France l'enseignement est à peu près régi par les programmes officiels; d'une part, l'enseignement public ou d'Etat groupe la très grande majorité des enfants et des adolescents; d'autre part, l'enseignement libre doit s'adapter à l'esprit des programmes si non aux horaires officiels, en vue de la préparation des examens et concours, qui sont communs aux candidats des diverses origines et se passent devant des jurys d'état.

Pour exposer succinctement l'évolution de l'enseignement des mathématiques depuis 18 ans, il m'apparaît donc presque suffisant d'indiquer les changements de programmes, en les complétant au besoin par certaines tendances manifestées dans des revues ou des livres de publication récente.

Je rappellerai d'abord brièvement les grandes divisions de l'enseignement dans notre pays:

FRANCE

7

1. L'enseignement maternel est donné aux enfants de 2 à 6 ans dans des classes maternelles ou dans des « jardins d'enfants », soit publics et gratuits, soit annexés à des établissements d'enseignement secondaire de jeunes filles (aussi, mais plus rarement de garçons), soit privés et payants.

2. L'enseignement primaire est donné aux enfants de 6 à 11 ans; il est divisé en une année de cours préparatoire, deux de cours élémentaire et deux de cours moyen. Il est obligatoire et donné gratuitement dans les écoles publiques, à raison d'au moins une par commune. Pour les enfants qui ne doivent pas continuer leurs études, il est complété par deux années de cours supérieur, dont la sanction est le certificat d'études primaires, examen organisé dans chaque canton.

3. L'enseignement moyen qui s'adresse aux adolescents a trois bifurcations essentielles:

a) L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE, de 11 à 15 ans, comprend une année de cours préparatoire et trois ans d'enseignement, moitié manuel, moitié intellectuel. Il est donné dans des *écoles pratiques de commerce et d'industrie*, mais aussi dans un certain nombre d'*écoles de métiers* et d'*écoles nationales professionnelles*; sa sanction est un certificat d'études pratiques commerciales ou industrielles.

b) L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE SUPÉRIEUR comprend aussi une année de cours préparatoire et trois ans d'enseignement général, complétés autant que possible par quelques heures hebdomadaires de travail manuel. Il est donné dans des *écoles primaires supérieures* ou dans des *cours complémentaires* et sanctionné par un « brevet d'enseignement primaire supérieur » (à plusieurs options, agricole, industrielle, ménagère,...) ou par le « brevet simple »; ces examens sont départementaux.

c) L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE comprend 7 années d'études (classe de 6^{me} à classe de 1^{re} et classe de philosophie ou mathématiques). Il est donné dans les *collèges* et les *lycées*; sa sanction est le baccalauréat, examen qui se passe devant les Universités, en deux années.

3 bis. Certaines organisations existent aussi pour les adolescents qui ne peuvent fréquenter l'une des écoles précédentes et sont pris par le travail pendant le jour. Ce sont les *cours d'adultes*, sans programme précis, continuant l'enseignement général des écoles primaires et les *cours professionnels*, dont on cherche à réaliser l'obligation, qui ont un but analogue aux cours d'adultes, mais sont plus nettement orientés vers l'apprentissage manuel et technique d'une profession.

3 ter. Certains enseignements complètent l'enseignement moyen: a) L'enseignement technique est continué dans les *écoles d'arts et métiers* (7 écoles nationales et des établissements libres similaires). Elles sont recrutées par un concours sévère, l'enseignement y est partim-temps théorique et manuel; après une scolarité de 3 ans, les élèves en sortent avec le titre d'ingénieur.

b) L'enseignement primaire supérieur est continué dans les *écoles normales primaires* (une par département), recrutées par concours, et destinées à former des instituteurs par trois ans d'études générales et de pédagogie pratique.

c) Les enseignements primaire supérieur et technique sont continués dans diverses écoles spéciales, de commerce, d'électricité..., publiques et privées.

d) L'enseignement secondaire est complété par deux classes de préparation aux grandes écoles ou d'initiation aux études supérieures, la *première supérieure* pour les lettres, les *mathématiques spéciales* pour les sciences. Un enseignement analogue est d'ailleurs donné aussi dans les Facultés des Sciences par la préparation aux certificats P.C.N. (physique, chimie, histoire naturelle), M.P.C. (mathématiques, physique, chimie) et *Mathématiques générales*.

4. L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR est surtout donné dans les Facultés (lettres et sciences) où l'on prépare aux licences, aux doctorats et aussi aux concours de recrutement du professorat (certificats d'aptitude et agrégations). Il existe aussi dans certaines « Grandes écoles » : l'École normale supérieure, l'École Polytechnique, l'École des Mines, des Ponts, l'École Centrale, etc.

Dans cette rapide énumération je n'ai pas distingué jeunes gens et jeunes filles, les programmes et concours encore différents sur quelques points tendent à devenir complètement identiques.

En reprenant les grandes divisions ainsi esquissées, je vais m'attacher plus spécialement à y préciser la part et l'évolution des mathématiques.

Enseignement maternel. — Il n'y a pas de programme officiel à proprement parler, mais on peut signaler de nombreuses tendances marquées : dans le programme du *certificat d'aptitude à l'enseignement des classes enfantines* (annexés aux établissements secondaires de jeunes filles); dans les congrès des maîtresses d'écoles maternelles, et aussi dans les journaux pédagogiques.

L'enseignement ou plus exactement la première éducation mathématique comprend surtout la notion concrète du nombre obtenue par la comparaison de collections d'objets différents. On parvient aussi à donner aux enfants une notion de l'addition, de la multiplication par l'étude expérimentale des diverses *partitions* (ou décompositions en sommes) de nombres simples. Quelques définitions, formes et même propriétés géométriques sont apprises par des exercices sensoriels et un matériel approprié. Je signale notamment le matériel très ingénieux de M. Terquem : il comprend des cartons de plusieurs couleurs, de formes très simples, triangles équilatéraux, losanges, hexagones réguliers, carrés, demi-carrés; les dimensions de leurs côtés, en progression de raison $\sqrt{2}$ permettent des assemblages et des recouvrements en nombre pratiquement illimité.

Enseignement primaire. — Une révision des programmes faite en 1923 (Arrêté du 23 février, Instructions du 20 juin) n'a que peu modifié leurs parties mathématiques; elle y est surtout caractérisée par quelques simplifications et une orientation plus concrète. L'usage du système métrique, maintenant général en France, a permis de supprimer dans les cours élémentaire et moyen l'étude générale des fractions et de se borner uniquement aux nombres décimaux, déduits de la considération des multiples et sous-multiples des mesures légales. La géométrie reste comme auparavant une étude parallèle de celle du dessin, complétée cependant par l'application numérique de règles de surfaces et de volumes simples. Il n'est pas impossible cependant que l'emploi du matériel Terquem, ou de matériels analogues, ne soude plus intimement les enseignements géométriques maternel et primaire et ne donne à la géométrie visuelle et intuitive une importance plus grande dans le développement méthodique de l'observation, du raisonnement et de l'intelligence des enfants.

Enfin, dans le cours supérieur (11 à 13 ans), on a maintenu l'étude des fractions et introduit assez timidement l'usage des lettres pour la résolution de problèmes du premier degré. On sait que cet usage a pour conséquence la mise en équation immédiate du problème et sa résolution par les simplifications successives de l'équation ou du système obtenu. Au contraire la méthode dite arithmétique doit substituer à l'énoncé un énoncé équivalent (plus ou moins aisé à obtenir, sans le support du calcul) qui conduit à une équation ou à un système presque immédiatement résoluble et que par suite il n'y a plus nécessité d'écrire explicitement.

Il convient de remarquer, qu'après cinq ans seulement de mise en pratique, ces programmes ne peuvent avoir été appliqués partout, ni dans leur lettre, ni dans leur esprit et certaines des modifications signalées ne deviendront que lentement des réalités. En octobre 1928, une première enquête sur cette application a été faite dans toute la France aux conférences pédagogiques qui, en octobre et novembre, réunissent dans chaque canton les instituteurs publics. Le questionnaire qui leur était posé comprenait :

1. L'usage de la table d'addition, apprise par cœur, ou basée sur des remarques simples de partition des nombres.
2. La possibilité d'une théorie sommaire des règles de la multiplication et de la division.
- 3 et 4. L'étude des fractions décimales faite avant celle des fractions ordinaires et basée sur la connaissance simultanée ou préalable du système métrique.
5. La résolution des problèmes (problèmes types, méthodes analytiques, tâtonnements, emplois des lettres, ...).
6. Programme de géométrie au cours supérieur.

Enseignement technique. — Aucune modification des programmes n'a été faite depuis 1909; on peut considérer qu'ils sont comparables dans leur lettre et dans leur esprit à ceux de l'enseignement primaire supérieur dont je parlerai plus loin. Toutefois une tendance s'est affirmée de plus en plus, chez les dirigeants et les praticiens, d'orienter la pédagogie de l'enseignement technique en vue du métier et par le métier (*La pédagogie de l'Enseignement technique*, L. Eyrolles, éd., 1927). On lit d'ailleurs déjà dans les instructions de 1909: « le but du calcul algébrique est de permettre aux élèves de comprendre et d'appliquer les formules qu'ils rencontreront dans leurs cours de mécanique, de technologie, d'électricité, et plus tard dans les formules... ». Autant que j'en ai jugé par les livres en usage et certains cours ou résultats que j'ai pu voir, il y a encore des progrès à accomplir pour lier d'une façon plus étroite théorie et pratique courante, pour ne pas séparer la descriptive du dessin de machines, la géométrie des problèmes de l'atelier, l'algèbre des questions commerciales, la mécanique de la physique ou même de l'expérience journalière. Mais c'est un effort qui ne dépassera pas la valeur de la très grande majorité du personnel.

Enseignement primaire supérieur. — Cet enseignement n'était, à l'origine, qu'un prolongement de l'enseignement primaire et ne comprenait par suite que de l'arithmétique, ce qu'on appelait l'arithmétique théorique, c'est-à-dire la divisibilité, les nombres premiers et la théorie de la pratique des opérations; les exercices étaient des problèmes du premier degré, à résoudre par l'arithmétique, c'est-à-dire sans l'emploi des lettres comme je l'ai indiqué plus haut pour le cours supérieur. Déjà en 1909 (décret et arrêté du 26 juillet), le programme comprenait de l'algèbre (systèmes d'équations du premier degré, équation numérique du second degré) et l'étude de la géométrie du plan et de l'espace bornée aux définitions essentielles, aux relations angulaires et métriques, à quelques démonstrations des formules d'aires et de volumes. Mais l'arithmétique y gardait, bien entendu, une part de son importance ancienne et les instructions indiquaient que: « les problèmes d'arithmétique dont l'influence éducative n'est pas indifférente occuperont à l'école primaire supérieure une place prépondérante ». Elles corrigeaient en réalité cette première indication par celle (qui n'a peut-être pas toujours été observée) « de bannir les questions d'ordre purement spéculatif et de substituer à certains problèmes dénoncés « absurdes » sur les mélanges et les alliages, des exercices sur le calcul des raisons nécessaires à la nourriture des animaux... ». On recommandait aussi l'exercice du calcul mental comme « une excellente gymnastique pour l'assouplissement et l'adresse de l'esprit aux prises avec les questions mathématiques ». (J'estime beaucoup le calcul mental, mais pour d'autres raisons.) En 1920, un nouvel effort a été fait pour détacher le programme

d'enseignement de la tradition arithmétique. On spécifie nettement, comme dans l'enseignement primaire, que l'étude des nombres décimaux, basée sur l'usage du système métrique, doit précéder celle des fractions générales. Un livre d'arithmétique, dû à M. Millet, ancien professeur d'école primaire supérieure et professeur agrégé de Lycée (Hachette, éd., 1923). Pour la résolution des problèmes on conseille méthodiquement les notations abrégées et symboliques; aux prescriptions de 1920, encore conservées, on ajoute: « des les premiers jours, l'élève sera encouragé aux notations par lettres et initié à une modeste algèbre numérique dont l'utilité repaillera sur l'étude des questions auxquelles on n'appliquait jusque là que le raisonnement arithmétique ». (On ne permettra un léger doute sur la distinction subtile entre raisonnement arithmétique et algébrique.) Surtout, on recommande l'appel aux graphiques et en 3^{me} année on introduit, timidement encore, l'étude des fonctions x^2 et $\frac{1}{x}$; pourtant une telle étude faite d'une façon suffisamment concrète et intuitive pourrait précéder ou tout au moins éclairer l'étude de la racine carrée, de l'équation du second degré et des grandeurs inversement proportionnelles.

Le programme de géométrie est resté presque sans changement: il ne devrait pas être séparé de l'observation et de la pratique et par suite du dessin et du travail manuel. Malheureusement, aucune indication n'a été donnée pour les exercices, la nécessité de la préparation des examens a maintenu l'habitude de problèmes « spéculatifs » qui a peut-être un peu détourné les professeurs de l'application stricte des Instructions.

Enseignement secondaire. — Les programmes de 1900, même avec les modifications de 1905 et 1909 avaient établi une distinction profonde entre classes littéraires (5^{me} à 3^{me} A; 1^{re} et 2^{me} A et B) et classes scientifiques (3^{me} à 3^{me} B; 1^{re} et 2^{me} C et D). Le programme de 1925 a parmi ses caractéristiques essentielles, celle d'imposer un programme unique de mathématiques (et de sciences) à tous les candidats à la première partie du baccalauréat. Les instructions officielles n'ignorent pas les difficultés de cette organisation « Des élèves de moyens parfois assez différents vont être soumis pendant 6 ans à la même discipline. Pour que l'enseignement commun porte les fruits espérés, il importe que les classes restent aussi homogènes que possibles. On n'approchera de cette condition que si la grosse majorité des élèves est intéressée: il faut donc que l'enseignement soit mis à la portée du plus grand nombre. La simplicité et la clarté sont nécessaires... ». Cet « amalgame » a trouvé des détracteurs et des défenseurs ardents, il semble avoir été surtout voulu par des compétences extra-scientifiques. Quoiqu'il en soit, les résultats de l'expérience n'apparaîtront bien nets que dans plusieurs années; c'est seulement

en juillet 1929 que les divers baccalauréats (1^{re} partie) auront des épreuves scientifiques communes.

Pour les détails pédagogiques, les instructions insistent sur la nécessité du travail en commun dans la classe, associant dans la recherche (ou pour employer un mot consacré, la « redécouverte ») les élèves au professeur; elles insistent aussi sur la nécessité d'assurer la « compréhension » des mathématiques, de ne pas prolonger trop longtemps une soumission aveugle à des règles imposées, de faciliter « l'éveil du sens critique ».

Il semble qu'il y ait là une opposition avec la doctrine des enseignements technique et primaire supérieur. C'est peut-être plus théorique que réel: de plus en plus, les maîtres des divers enseignements passent par la culture identique des Facultés; la licence mathématique (certificats de calcul différentiel et intégral, de mécanique rationnelle, de physique générale) est le grade le plus fréquemment recherché. Tout en essayant de s'adapter (d'autant mieux d'ailleurs qu'ils sont plus érudits) aux buts spéciaux poursuivis par leurs élèves, les professeurs conservent et communiquent à leur classe, l'esprit logique et clair, le besoin de preuve, le léger scepticisme même, qui sont une caractéristique des mathématiciens français. Dans tout enseignement la démonstration est de règle; la vérité imposée, la formule sans explication sont presque toujours prosrites; l'exception est étudiée avec autant d'intérêt que le cas général.

La classe de Mathématiques qui, parallèlement à celle de Philosophie, termine les études secondaires, a conservé son programme ancien, il s'est toutefois augmenté de la trigonométrie et de la descriptive dont l'étude a été supprimée dans la classe unique précédente; il ne s'est allégé que de la dynamique.

Enseignements complémentaires. — Il convient de signaler une tendance au renforcement des études mathématiques dans les programmes d'entrée et dans les programmes intérieurs des Ecoles d'Arts et Métiers. Dans les Ecoles Normales primaires, l'arrêté de 1920 a surtout prescrit un développement des notions mathématiques étudiées dans les E.P.S., l'interprétation en diffère beaucoup avec les régions, surtout pour la troisième année ou le levé des plans, la cosmographie et la descriptive n'ont pas de sanction officielle.

Dans la classe de *mathématiques spéciales* et dans les certificats de mathématiques générales des diverses facultés l'analyse (dérivées, intégrales, séries, équations différentielles, pour les variables réelles) s'est développée aux dépens de l'algèbre pure (théorie des équations) et surtout de la géométrie analytique et de la géométrie moderne. Le calcul vectoriel a été introduit timidement dans les programmes officiels, mais quelques livres récents et un état d'esprit assez général en vulgariseront sans doute l'emploi.

Enseignement supérieur. — Les étudiants de licence peuvent toujours préparer séparément les certificats d'études supérieures de calcul différentiel et intégral (dont le programme comprend la théorie des fonctions analytiques et des équations différentielles); de mécanique rationnelle (cinématique et dynamique des solides et systèmes de solides); de physique générale. Ils peuvent y ajouter à leur gré des certificats plus spéciaux: analyse supérieure, géométrie supérieure, mécanique appliquée, astronomie, mécanique céleste, ... dont les programmes et les enseignements varient avec les professeurs qui en sont chargés. Aucune modification ne me semble à signaler, pas plus que dans l'organisation du doctorat qui reste un grade de haute valeur sanctionnant des recherches personnelles importantes.

J'ai déjà dit que la préparation des professeurs de mathématiques dans les écoles pratiques, E.P.S. et collèges tendait à s'uniformiser par la licence, plus réglementée d'ailleurs que par le passé (on exige des certificats déterminés). Il subsiste cependant encore des certificats d'aptitude spéciaux pour l'enseignement des écoles pratiques d'une part, des E.P.S. d'autre part. Enfin le recrutement des professeurs de lycée (dont l'enseignement ne diffère pas cependant de celui des professeurs de collège) est assuré parmi les licenciés par le difficile concours de l'agrégation (la proportion des reçus est de 0,25). Il y a lieu de signaler à ce sujet le relèvement progressif du niveau de l'agrégation des jeunes filles; elle comporte maintenant trois épreuves écrites, mathématiques élémentaires, algèbre et analyse, géométrie et mécanique. On ne semble cependant pas pouvoir préjuger encore de la date de son assimilation complète avec celle des jeunes gens.

ITALIE

Par Fr. ENRIQUES, Professeur à l'Université de Rome.

La réforme du ministère Gentile. — Le grand fait qui domine le développement récent de l'instruction en Italie est la réforme de 1923, faite par le ministre GENTILE. Philosophe idéaliste, appelé au ministère par le fascisme, M. Gentile a réalisé un changement profond dans toutes les catégories d'écoles. En considérant particulièrement les écoles moyennes, je rappellerai d'abord les principes généraux de la réforme: 1. On met sur le même pied les écoles de l'État et les écoles privées — en particulier les écoles catholiques — en instituant un *examen d'Etat*, qui donne accès aux Universités.

2. On demande à l'école de former les esprits plutôt que de fournir des connaissances, en vue de buts utilitaires ou de préparation spécifique aux études supérieures.

3. Cette formation est conçue du point de vue littéraire, historique

et philosophique. La latin fait partie de l'instruction donnée par toutes les catégories d'écoles, c'est-à-dire non seulement du Gymnase et du Lycée classique (latin et grec), mais aussi du Lycée scientifique (créé récemment), qui ouvre de même l'accès aux études universitaires scientifiques, et qui a remplacé l'Institut technique (section physique-mathématique) et le Lycée moderne.

4. Pour autant que cela est possible par les programmes et les instructions données aux professeurs, on inclut une manière d'enseigner faisant appel à l'initiative et à l'activité des élèves. Ainsi les programmes des examens d'état laissent une certaine liberté de choix : par exemple, pour l'examen de philosophie, on demande d'illustrer la pensée de quelques auteurs classiques.

5. Pour des raisons pédagogiques on tend à diminuer le nombre des professeurs enseignant dans une même classe; à cet effet, dans les lycées, on a confié à un même professeur l'enseignement de l'histoire et de la philosophie, et aussi l'enseignement des mathématiques et de la physique, etc.

Résultats de la réforme. — En ce qui concerne spécialement les sciences, la réforme amène en général une réduction d'horaires. Cette circonstance n'est pas sans créer quelques difficultés aux professeurs de mathématiques et physique, la plupart nouveaux, pour l'enseignement de l'une des deux branches; d'autant plus que l'extension de la matière à enseigner, résultant indirectement des programmes pour les examens d'Etat, n'est pas diminuée, ni probablement susceptible de l'être.

La modification des programmes tient de l'esprit de la réforme; ainsi nous allons arrêter un moment sur les programmes pour la licence du Lycée classique, qui constitue la voie normale d'accès aux Universités.

Il y a une distinction de thèmes A et B. Les thèmes A se rapportent à *l'algèbre* et à *la trigonométrie* (équations du premier et du second degré, équations exponentielles et logarithmes, fonctions circulaires et applications). Par ces thèmes on entend surtout prouver l'habileté de l'élève à se servir des formules fondamentales; ainsi l'examen consistera à poser quelques simples exercices, qu'on résoudra sous la direction de l'examinateur.

Il en est autrement pour les thèmes B, se rapportant surtout à *la géométrie*. Ici les instructions visent à prouver l'intelligence du candidat et sa capacité à comprendre la systématisation déductive rigoureuse d'une théorie. Les théories dont il s'agit, répondent en gros à la géométrie d'Euclide: proportions et figures planes semblables, nombres irrationnels et cyclométrie, éléments de géométrie de l'espace. On laisse aux candidats le choix entre trois thèmes de stéréométrie: équivalence et égalité de volumes des polyèdres, surfaces, et volumes des corps ronds, similitude dans l'espace et ses cas particuliers.

[Les éléments de l'algèbre et de la géométrie plane (égalité et équivalence des polygones) font partie de l'examen d'admission au Lycée, qui a le même caractère que l'examen d'Etat et qui suit des règles semblables.]

La distinction de thèmes reste à peu près la même pour les autres types d'examens. Mais pour la licence du Lycée scientifique, le programme de mathématiques est plus vaste: on ajoute la méthode cartésienne et les concepts élémentaires de l'analyse infinitésimale, c'est-à-dire les matières qui avaient été introduites dans les lycées modernes et dont le programme avait été tracé par M. CASTELNUOVO (Voir les *Nozioni di Matematiche* di AMALDI ENRIQUES, Zanichelli, éd., Bologne).

Tendance générale. — On voit que l'esprit général de l'enseignement mathématique en Italie reste d'accord avec l'esprit de l'éducation classique. On suit encore l'impulsion donnée à l'instruction mathématique par BERRI et BRUSCHI qui (il y a plus d'un demi-siècle) restaient à nos écoles les *Elementi d'Euclide*, alors remplacés par des livres du type de LEGGERE. Il y aurait lieu peut-être de s'attendre à un développement plus pratique de l'algèbre: moins de soins pour la théorie et plus d'exercices se rapportant aussi à la physique. Peut-être qu'un mouvement dans ce sens résultera enfin de la réforme. Pour le moment, il ne semble pas qu'il se fasse sentir dans nos livres, exception faite pour ceux qui correspondent au programme du Lycée scientifique: ici la direction fut marquée avant la réforme, soit dans les ouvrages déjà cités, *Nozioni*, d'AMALDI-ENRIQUES, soit par exemple dans l'*Algèbre* de M. MARCOLOGO.

Livres nouveaux. — A côté des livres d'algèbre et de géométrie, respectivement de PINCHERLE et de ENRIQUES-AMALDI, édités par la maison Zanichelli, de Bologne, et d'autres livres connus, tels que la *Géométrie élémentaire* de M. DE FRANCOIS (éd. Sandron, Palerme), il a paru récemment plusieurs livres nouveaux de mathématiques élémentaires. Je signalerai en particulier, deux séries: la première, dirigée par MM. MARCOLOGO et NICCOLLETTI, appartenant respectivement aux Universités de Naples et de Pise et éditée par Perrella (Naples); la seconde dirigée par M. SEVERI, de l'Université de Rome, et éditée par VALLECHI (Florence).

La première série, commencée avant la réforme et visant aussi des *Insistis* aujourd'hui modifiés ou supprimés, comprend déjà plusieurs volumes: l'*Algèbre* de MARCOLOGO citée ci-dessus, une *Algèbre* de M. SANSONE, une *Trigonométrie* et *Géométrie* de MARCOLOGO et BURAI-FORNI développée par la *méthode des vecteurs*, une *Géométrie* de MM. ROSARI et BENEDETTI.

La seconde série comprend un *Traité d'Algèbre* par BAGNERA et une *Géométrie* par M. SEVERI.

Les noms des auteurs apparemment presque tous à nos Universités, et bien qu'ils aient souvent enseigné d'abord dans les écoles moyennes, ils suffisent pour montrer l'intérêt qu'on porte parmi nous aux questions didactiques.

L'enseignement de la géométrie. — Cependant je ne pourrais m'arrêter à discuter dans les détails les critères qui ont inspiré ces livres, de peur que cet article ne devienne excessivement long. Je me bornerai à dire quelques mots au sujet des questions les plus discutées dans l'enseignement de la géométrie.

On sait que, pour cette science, la méthode d'enseignement et surtout l'introduction des principes ont formé l'objet de nombreuses études, soit au point de vue pédagogique, soit au point de vue de la critique rationnelle. L'influence de celle-ci se fait nettement sentir dans les traités italiens. On l'aperçoit d'abord par le soin avec lequel on explique les premières propriétés de la géométrie de situation (ordre des points sur la droite, segments, etc.); sur ce point on ne s'éloigne pas beaucoup de la manière, élaborée par ENRIQUES-AMALDI, qui concilie les exigences intuitives et la rigueur.

Il y a des différences plus remarquables en ce qui concerne les définitions des figures égales ou semblables.

On connaît la méthode d'Euclide: celui-ci considère comme connu ou fondamental, le concept des figures égales. L'égalité est toujours conçue en tant qu'égalité de grandeur (grandeur de segments ou angles, de surfaces ou de solides). Il n'y a pas de définition générale de l'égalité de forme: mais on exprime l'égalité de forme de deux triangles en disant qu'ils ont égaux — d'une façon ordonnée — les côtés et les angles (1, 4, 8, 26). Plus tard (III) on définit comme égaux les cercles qui ont les diamètres égaux; enfin on trouve une définition générale des figures semblables au début du L. VI: on dit que deux figures rectilignes sont semblables, si elles ont les angles égaux et les côtés qui les entourent proportionnels. (Je me borne ici à la Planimétrie.)

Cependant, pour vérifier l'égalité de deux triangles, Euclide se sert, dans les deux cas (1, 4 et 8), de la superposition par le mouvement, qu'il n'emploie pas ailleurs, et dont il n'est pas question dans les principes. On a remarqué que l'usage du mouvement n'est réellement nécessaire que la première fois (pour établir l'égalité de deux triangles ayant deux côtés égaux et l'angle compris) et que la proposition ainsi établie apparaît plutôt comme un postulat que comme un théorème. Sur ce point, la critique de M. HILBERT n'a fait que préciser la méthode euclidienne. Et c'est cette méthode précisée qu'adoptent et développent dans leurs *Traité Enriques* et *Amaldi*, en l'éclaircissant par des marques intuitives où le mouvement est largement employé.

D'autres auteurs préfèrent d'introduire le mouvement, conçu dans toute sa généralité, pour définir l'égalité ou congruence de deux figures quelconques. C'est ce qu'on fait couramment dans les traités français, sans s'inquiéter d'analyser la signification du mouvement, de même chez nous pour les écoles moyennes moins élevées (par exemple dans les éditions réduites de ENRIQUES-AMALDI). Pour l'enseignement du Lycée-gymnase, lors même qu'on prend soin des exigences intuitives et didactiques, on sent le besoin d'une analyse qui amène à considérer les mouvements comme correspondances entre des plans ou entre deux espaces, et par laquelle on tâche aussi de réduire l'égalité des angles à celle des segments. Cette voie suivie d'abord par VERONESE et par INGRAMI, qui l'ont réalisée d'une façon par trop abstraite, est reprise aujourd'hui par plusieurs auteurs: déjà par DE FRANCHIS, et plus récemment par ROSATI et BENEDETTI, et par SEVERI. Chez de FRANCHIS et plus encore chez SEVERI on voit la juste préoccupation de borner l'analyse à ce qui suffit pour justifier le langage du mouvement en lui donnant un sens logique. Dans l'introduction à ses *Éléments* le dernier auteur explique lui-même les idées didactiques qui l'ont guidé. Il veut retourner au mouvement qu'il estime conforme à Euclide. « Mais il ne suffit pas de retourner au mouvement; il faut se préoccuper de donner à ce concept une ordonnance rationnelle complète. Quelques traités l'ont essayé ou fait. Déjà FAIFOLER... et d'autres non dépourvus de valeur. Mais chez FAIFOLER l'ordonnance logique était incomplète, chez d'autres l'exposé est trop complexe et d'un niveau trop élevé... J'ai emprunté la définition du mouvement à la géométrie projective. Ainsi je prends comme primitive la notion de segments égaux et je définis le mouvement comme une correspondance biunivoque qui change chaque segment en un segment égal. Mais cette définition qui se ramène en somme à VERONESE, m'aurait conduit à un exposé par trop abstrait, si je ne l'avais concrétisée par l'adoption, dès le début, du mouvement, je veux dire du langage du mouvement physique ». « C'est là — dit-il — la note la plus originale de la méthode. »

D'ailleurs l'auteur a en vue de préparer la notion générale de figures semblables, dans l'esprit de la géométrie projective: figures qui correspondent en une similitude entre plans ou espaces: la similitude est ainsi définie « une correspondance qui fait correspondre à tout segment un segment et qui conserve les angles ».

La préparation des professeurs. — Il y a lieu d'ajouter quelques mots au sujet de la préparation des professeurs des écoles moyennes. La réforme des Universités — faite également par le ministre GENILE — a établi quelques principes généraux susceptibles de développement, tels que: la liberté des études, l'examen d'Etat et l'autonomie universitaire.

Les examens d'Etat pour les professeurs des écoles moyennes se font sous forme de concours; ils donnent, en même temps, l'aptitude à l'enseignement privé. Les programmes de ces examens, du moins pour les candidats à l'enseignement dans les lycées-gymnases, comprennent les mathématiques et la physique. Pour les mathématiques, les thèmes correspondent, en grande partie, à ceux qui sont traités dans le recueil « *Questioni riguardanti le Matematiche elementari* » rascolle e coordinata da F. ENRIQUES, dont la partie géométrique seulement a été traduite en allemand (chez Teubner, Leipzig) d'après la seconde édition italienne.

Une certaine préparation à cet ordre de questions est donnée aujourd'hui dans nos Facultés des Sciences, par un cours intitulé *Mathématiques complémentaires*, et qui est suivi surtout par ceux qui aspirent à un doctorat mixte en Mathématiques et Physique (inno- vation précédant la réforme Gentile, introduite par le ministre Corbino). Il est probable que le régime de l'autonomie universitaire permettra de développer en plusieurs sens cette préparation des futurs professeurs. Une institution qui vise à des buts plus larges, mais qui correspond en particulier à ceux que nous venons d'indiquer, est celle d'une *Ecole universitaire pour l'histoire des sciences*, rattachée à l'Université de Rome. L'Ecole est d'ailleurs associée au nouvel *Institut national pour l'histoire des sciences*.

C'est justement par l'initiative de cet Institut qu'on vient de commencer la publication d'une série d'œuvres classiques, traduites en italien et accompagnées de notes critiques et historiques: les premiers volumes ont paru chez l'éditeur Stock, de Rome, mais la publication sera poursuivie par la maison Zanichelli, de Bologne. Les volumes parus dans la collection sont: *Euclide et la critique ancienne et moderne* (Vol. I, livres I-IV), par plusieurs collaborateurs sous la direction de F. ENRIQUES; *Newton. Les principes de Philosophie naturelle, avec des notes sur l'histoire de la Mécanique*, par ENRIQUES et FORRI; E. RUFFINI: *La Méthode de Archimède et les origines de l'analyse infinitésimale dans l'antiquité* (véritable mise au point de la question); R. DEDERIND: *Mémoires sur les axiomes de l'arithmétique, avec des notes historiques et critiques*, par M. Oscar ZARISKI.

Quelques-uns de ces livres ont déjà fourni le sujet de cours spécialement distribués aux futurs professeurs, à l'Université de Rome.

Je ne sais si ces notes répondent suffisamment à ce qu'on m'a demandé. Mais étant donné les réformes récentes, il faut s'attendre à ce que les germes de celles-ci puissent donner des développements qui ne se dessinent peut-être pas encore. Il est donc particulièrement difficile d'écrire aujourd'hui un rapport qui doit nécessairement rendre compte du passé et du présent, plutôt que de l'avenir.

SUISSE

Par S. GAGNERIN, Professeur au Gymnase de Neuchâtel.

1. — Dans le premier « Rapport »¹ qui ait été fait sur l'enseignement des mathématiques en Suisse, — c'était au Congrès international de Rome, en avril 1908, — M. le professeur H. FERRI le déclarait déjà: le trait caractéristique de la Suisse au point de vue de l'organisation de l'enseignement est la souveraineté en matière scolaire des vingt-cinq états (cantons et demi-cantons), qui constituent la Confédération. Il est facile de mesurer les difficultés qu'il a fallu surmonter pour établir une conformité, actuellement visible, dans les divers programmes des gymnases cantonaux ou communaux. La lutte pour atteindre ce résultat a duré environ soixante ans. Ces dernières années ont été décisives et c'est cela évidemment qu'il faut retenir dans la période de dix ans dont nous avons à nous occuper.

Deux faits ont contribué, plus que tout autre, à l'établissement d'une certaine uniformité dans les programmes d'enseignement. Le premier est la fondation, en 1855, de l'Ecole polytechnique fédérale, le second est la Constitution fédérale de 1874 qui confère à l'autorité fédérale le pouvoir de fixer les conditions requises pour pratiquer la médecine sur tout le territoire helvétique. Cette constitution contrainait, du même coup, à la Confédération le droit d'intervenir dans la préparation aux études médicales.

2. — *Certificats de maturité ou baccalauréats.* — La dernière étape accomplie dans ce mouvement d'unification a son acte officiel dans l'*Ordonnance sur la reconnaissance des certificats de maturité par le Conseil fédéral suisse*. (Du 20 janvier 1925.)

Avant cette ordonnance, il y avait, au point de vue des examens fédéraux, deux autorités indépendantes: le Conseil de l'Ecole polytechnique fédérale et la Commission fédérale de maturité.

Pour ce qui concernait l'admission à l'Ecole polytechnique fédérale, le dernier règlement datait du 7 novembre 1908. Il contenait un programme d'examen et prévoyait des *Conventions* passées entre le Conseil de l'Ecole polytechnique et les écoles moyennes suisses devant le baccalauréat.

Ce qui concernait l'admission aux examens fédéraux des professions médicales peut se résumer ainsi: Un arrêté du Conseil fédéral, du 10 mars 1891, créait une *Commission fédérale de maturité*. Le dernier Règlement de celle-ci datait du 6 juillet 1906. Il contenait un programme d'examen de maturité, mais la *Commission* ne pouvait

¹ Voir l'Enss. math., 10^e année, 1908, p. 283-296.

délivrer des certificats qu'aux candidats qui ne rempliraient pas les conditions requises pour subir les épreuves de baccalauréat dans un gymnase suisse. D'autre part, il était dressé une liste des écoles suisses dont les certificats de sortie étaient reconnus comme certificats de maturité, et la *Commission* était chargée de s'assurer de temps à autre que les écoles indiquées continuaient à offrir les diverses garanties requises par le Règlement.

3. — Par l'Ordonnance du 20 janvier 1925, le Conseil fédéral reconnaît trois types de certificats de maturité, à savoir: le type A: grec-latin, le type B: latin-langues vivantes, le type C: mathématiques-sciences naturelles.

Les trois types de ce certificat donnent droit à l'admission aux examens fédéraux de chimiste-analyste et à l'admission sans autre épreuve, comme étudiant régulier, au premier semestre des diverses sections de l'Ecole polytechnique fédérale. Celle-ci se réserve encore de faire passer un examen d'admission aux candidats qui ne possèdent pas l'un de ces trois certificats. Du point de vue qui nous occupe, son programme est presque identique à celui qui correspond au certificat du type C.

Les certificats des types A et B donnent droit à l'admission aux examens fédéraux des professions médicales, il en est de même du certificat du type C lorsque le porteur a passé un examen complémentaire de latin devant la Commission fédérale de maturité.

Cette Commission propose au Conseil fédéral la reconnaissance des baccalauréats délivrés par une autorité cantonale, en se conformant aux règles fixées par l'Ordonnance, et elle s'assure que l'école qui dépend de cette autorité continue à offrir les garanties requises.

Il y avait donc en Suisse deux autorités qui réglaient l'admission à des examens fédéraux. Il n'y a maintenant plus qu'une. Je n'ai pas besoin de souligner l'importance de ce résultat en ce qui concerne la marche vers une certaine unification des programmes d'enseignement des gymnases et, dans la suite, peut-être aussi des universités suisses.

Retracez l'histoire des événements et des débats¹ qui ont amené le Conseil fédéral à publier son *Ordonnance* sortiraient des cadres de ce rapport. Remarquons seulement qu'on peut considérer les programmes d'exams qui accompagnent l'Ordonnance comme le résultat d'un compromis entre: 1^o les exigences de l'enseignement à l'Ecole polytechnique fédérale, 2^o les exigences du Comité directeur des examens de médecine et du corps médical tout entier, 3^o les exigences enfin,

1 Cf. A. BARR, *Die Reform der höheren Schulen in der Schweiz*, Untersuchungen u. Vorschläge über die Maturitätsverhältnisse u. andere Mittelschulfragen. Un vol. de 230 p., Kober, Bale, 1919. — Edition française: *Les Collèges et les Gymnases de la Suisse*, Projets de réformes, par Ch. GILLIARD, un vol. 256 p., Librairie Payot & Co., Lausanne.

des autorités scolaires qui défendent l'autonomie des établissements délivrant le baccalauréat. Mais ces programmes résultent aussi d'un état d'esprit général qui s'est manifesté chez nous au cours de la guerre mondiale et qui est caractérisé par une tendance à attribuer une plus grande valeur à ce qu'on est convenu d'appeler la personnalité ou la culture générale qu'à une grande somme de connaissances spéciales. L'article 15 de l'Ordonnance en fait foi. Il est relatif à la maturité d'esprit exigé dans les études supérieures, il se termine ainsi: « L'acquisition des qualités du cœur, l'éducation de la volonté et du caractère, ainsi que la culture hygiénique et physique doivent marcher de pair avec le développement de la maturité intellectuelle ».

Ceci se marque aussi très nettement si l'on compare les deux programmes d'examen d'admission à l'Ecole polytechnique fédérale. Tandis que le Règlement du 7 novembre 1908 ne prévoyait qu'un examen écrit (une composition française, allemande, italienne ou anglaise), pour ce qui concerne la culture générale, le Règlement du 23 juillet 1927 en exige deux, à savoir une composition dans la langue maternelle et un thème dans une langue étrangère. Alors aussi que la partie du programme relatif à la culture générale occupait une page dans le premier de ces règlements, elle en occupe deux dans le second, la partie relative aux connaissances spéciales ayant gardé les mêmes dimensions. D'ailleurs, l'examen d'admission est maintenant sensiblement équivalent au certificat de maturité du type C.

Enfin, à ce propos, il faut encore répéter que les deux autres types de maturité, grec-latin et latin-langues vivantes donnent entrée à l'Ecole polytechnique et à toutes les Facultés des universités, tandis que le type C conduit principalement à l'Ecole polytechnique et aux Facultés des Sciences.

4. — Voyons maintenant ce qui résulte pour l'enseignement des mathématiques du fait général que nous avons cherché à caractériser. A ce point de vue, comparons de nouveau sommairement les programmes d'admission à l'Ecole polytechnique de 1908 et de 1927. La principale différence porte sur le fait que la notion de fonction est maintenant largement introduite. On en prépare l'introduction en traitant la résolution graphique des équations du premier et du second degré. On passe plus tard à la représentation graphique d'un rapport de dépendance de deux grandeurs mécaniques ou physiques, puis à la dérivation des fonctions rationnelles et transcendentes simples, enfin on applique ces notions à l'étude des variations des fonctions. Une autre innovation porte sur les applications de l'analyse combinatoire à des problèmes simples de probabilités et d'assurances-vie, ainsi que sur l'application de la trigonométrie sphérique à la géographie mathématique et à l'astronomie.

La *géométrie* est présentée comme l'étude des propriétés de l'espace: coïncidence par déplacement, similitude, symétrie, relation de position

et constructions géométriques. Enfin, le nouveau programme ajoute l'étude des pôles et polaires et exige la pratique du dessin géométrique au crayon et au lavis.

Par contre le programme de l'*algèbre* ne comprend plus la solution algébrique et trigonométrique de l'équation du troisième degré, ni l'étude des propriétés des polygones réguliers au point de vue de la division d'un arc. Il laisse tomber, de plus, les premières notions de la théorie des séries.

On peut caractériser ces changements comme une concentration du programme autour de notions fondamentales : on exige, avant tout, la pratique du calcul, la connaissance des propriétés géométriques de l'espace et la possession des moyens analytiques et graphiques qui permettent d'étudier une fonction et de la représenter.

Rappelons que c'est déjà vers ce résultat que tendaient les Arrêtés de 1902 et de 1905, modifiant les plans d'étude des Lycées français. M. le professeur FERRER le constatait dans une conférence¹ qu'il faisait en 1904 devant la Société suisse des professeurs de mathématiques et il rappelait que c'était aussi le vœu exprimé par F. KLEIN à des cours de vacances de Göttingue, à Pâques de la même année.

On peut faire des remarques toutes semblables en ce qui concerne les programmes de mathématiques accompagnant : 1^o le *Règlement des examens de maturité pour les candidats aux professions médicales* (6 juillet 1906) et, 2^o le *Règlement pour les examens du type A et B* de 1925. Le dernier se concentre autour des mêmes notions fondamentales, mais leur étude est poussée moins loin que pour le certificat du type C que nous venons d'analyser.

Par contre, ce nouveau programme laisse de côté la résolution des équations de second degré à plusieurs inconnues et l'analyse combinatoire tout entière. La géométrie descriptive ne figure pas au programme des certificats A et B.

5. — Voici d'ailleurs le *programme des examens fédéraux de maturité* pour ce qui concerne les mathématiques et la physique :

Mathématiques. — Arithmétique, algèbre et analyse: Notions sur les nombres rationnels et irrationnels. Calcul algébrique. Logarithmes. Equations du premier degré à une ou plusieurs inconnues. Equations du second degré à une inconnue; résolution algébrique et graphique. Progressions arithmétiques et géométriques. Intérêts composés et calcul de rentes. Rapports de dépendance et représentation graphique de fonctions.

Géométrie: Formes géométriques élémentaires. Rapports de position et constructions dans le plan et dans l'espace. Coïncidence, similitude et symétrie. Méthode simple de représentation. Calcul des surfaces et des volumes. Trigonométrie: Triangle rectangle. Théorème du sinus et théorème du cosinus dans le triangle quelconque; problèmes de détermination γ relatifs. Les fonctions trigonométriques d'angles divers et leurs théorèmes d'addition.

¹ Voir *L'Ens. Math.*, 7^{me} année, 1905, 177-187.

Géométrie analytique: Le point, la droite et le cercle étudiés au moyen des coordonnées rectangulaires. Equations les plus simples des sections coniques; propriétés principales de ces courbes.

En outre, pour le type C. — Nombres complexes et opérations s'y rapportant. Equations du second degré à deux inconnues. Résolution approchée d'équations. Éléments de la théorie des combinaisons¹. Problèmes simples de calcul des probabilités et des assurances-vie. Dérivées des fonctions rationnelles et des fonctions transcendentes les plus simples. Calcul par approximation des arcs, des surfaces et des volumes.

Goniométrie. Le triangle plan quelconque. Le triangle sphérique rectangle quelconque. Le théorème du cosinus dans le triangle sphérique quelconque. Applications tirées de la géographie mathématique et de l'astronomie.

Pôles et polaires dans les sections coniques.

Géométrie descriptive (Type C). — Représentation en plan et en élévation du point de la droite et du plan et constructions qui s'y rapportent. Figures planes en projection et en vraie grandeur.

Représentation de polyèdres; sections planes, intersections. Représentation de cylindres et de cônes droits; étude constructive de leurs points, génératrices, plans tangents et sections planes. Représentation de la sphère.

Dessin géométrique: constructions géométriques à la règle et au compas, dessin au crayon et au lavis.

Physique. — Principes fondamentaux de la mécanique. Équilibre des solides.

Théorie des ondulatoires. Production et propagation du son. Notions fondamentales d'acoustique appliquées à la musique. Thermométrie. Dilatation thermique. Calorimétrie. Éléments de thermodynamique. Changements d'états dus à la chaleur.

Optique: Propagation rectiligne, réflexion et réfraction de la lumière. Photométrie. Dispersion. Instruments d'optique. Analyse spectrale.

Magnétisme. Electrostatique. Le courant électrique. Conductibilité des corps solides, liquides et gazeux. Systèmes pratiques des mesures électriques. Les actions calorifiques du courant électrique. Effet du courant autour du circuit. Induction.

En outre, pour le type C: Mouvement des solides, éléments de l'optique physique.

6. — Sans doute, on peut constater en 1925 une certaine réduction des matières exigées par le programme, mais ces diminutions correspondent à une refonte du programme sur un nouveau plan, à une concentration de celui-ci autour de notions fondamentales, et cela était souhaité par tous ceux qui s'étaient occupés de l'enseignement des mathématiques dans les années qui précèdent. Dans des débats tels que ceux qui se sont produits au sujet de la maturité fédérale, et dont la politique n'a pas toujours été absente, le sort d'un enseignement tel que celui dont nous nous occupons est fatalement engagé,

¹ Le programme de l'examen d'admission à l'École polytechnique fédérale mentionne tel le binôme de Newton pour exposant entier positif.

et l'on peut, en somme se féliciter du résultat obtenu. La Société suisse des professeurs de mathématiques (fondée en 1901) y a certainement sa part. Elle a pu se tenir constamment en rapport avec les représentants du Conseil de l'École polytechnique. De même, ceux-ci ont toujours manifesté un grand intérêt pour les questions d'enseignement secondaire. Ils assistent aux séances de la Société, y présentent même des travaux importants. C'est là que M. le professeur MEISSNER a lu son *Rapport sur l'enseignement de la mécanique à l'école moyenne* ¹ qui a été si apprécié de ses auditeurs et si remarqué en France. A propos du nouveau règlement d'admission à l'École polytechnique, M. le professeur J. FRAVEL a présenté à la Société un travail qui a été publié dans son *Annuaire* et qui a certainement contribué à établir des liens nouveaux entre la haute école et les maîtres des établissements secondaires.

7. — La *Société suisse des professeurs de mathématiques* a constamment suscité des travaux sur les divers points du programme d'enseignement des gymnases. Enfin, elle a décidé dans son assemblée de Zoug (1922), l'abandon de son plan d'étude. Ce dernier fait mérite une attention particulière du point de vue où nous nous sommes placés au début de ce rapport. On se rappelle les importantes publications entreprises par la sous-commission suisse de la *Commission internationale de l'enseignement mathématique* (1908-1920). Elles formaient un tableau d'ensemble de cet enseignement en Suisse, à tous les degrés. Parmi les neuf fascicules qui ont ainsi paru sous la direction de M. H. FEHR, l'un d'entre eux était consacré aux gymnases ² suisses, tant classiques que scientifiques; il avait été rédigé par le professeur K. BRANDBERGER, de Zurich, dont la mémoire est vénérée parmi les maîtres de mathématiques suisses. Par des tableaux très ingénieux et complets, l'auteur démontre: 1^o qu'il n'y a aucune unité de programme entre ces divers établissements; 2^o que le programme d'admission à l'École polytechnique (1908) et celui de la maturité fédérale en vue des professions médicales (1906), ont toujours été considérés comme des minima et sont très largement dépassés dans l'enseignement des écoles moyennes; 3^o que les matières traitées sont très diverses et, dans la plupart des cas, beaucoup plus nombreuses que celles qui figurent dans les programmes fédéraux.

8. — Plusieurs fois, dans des séances de la Société des professeurs de mathématiques fut exprimé le vœu qu'un *plan d'étude normal* soit élaboré qui puisse être consulté à l'occasion des changements de programme dans les gymnases. C'est, par exemple, l'une des thèses

¹ Cf. *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, 31 déc. 1927, p. 689.

² *Zens. Math.*, 24^{me} année, 1925, p. 304-308, et 25^{me} année, 1926, p. 256-275.

³ Der mathem. Unterricht an den Schweizerischen Gymnasien u. Realschulen, 1 fasc. de 167 pages, grand in-8, Georg & Co, Genève, 1911.

par lesquelles feu le professeur ORTI, d'Aarau, terminait un travail présenté à Baden en octobre 1915, sur ce sujet: « *Quels chapitres pourrait-on supprimer des programmes d'enseignement des mathématiques* » ¹. C'est aussi la conclusion 8 du *Rapport* ² que le Département fédéral de l'intérieur avait demandé au recteur Barth, de Bâle et qui parut en 1919.

Ce plan d'étude des mathématiques fut élaboré par une Commission présidée par le Dr H. STOLLER, de Bâle, et qui en confia la rédaction à M. le recteur AMBERG pour les types A et B, et à M. le professeur SCHREPP pour le type C. Le *Plan d'étude* fut envoyé aux membres de la Société en janvier, 1926. Il reste à peu près dans les limites du programme de l'*Ordonnance* de 1925, à peine en prolonge-t-il les lignes, mais il est beaucoup plus détaillé, ordonne avec soin les différentes matières d'enseignement, et est accompagné de remarques méthodologiques et d'indications précises relatives au point de vue auquel il convient de se placer pour faciliter aux élèves l'intelligence du sujet. Le plan indique le nombre des heures qui devrait normalement être attribué dans chaque classe, aux leçons de mathématiques. Enfin, il est accompagné d'un tableau dressé par M. le professeur FLÜRIGEN, de Berne, donnant la moyenne des heures qui sont consacrées aux diverses branches des mathématiques, à chaque degré de l'enseignement, en décembre 1925.

9. — Ajoutons que, dans une Assemblée extraordinaire, le 20 mai 1928, à Berne, la Société des professeurs de mathématiques réunie en commun avec la Société mathématique suisse sous la présidence du prof. Dr P. BUCHNER, de Bâle, a décidé la publication de *manuels d'enseignement* conforme à son *Plan d'étude*. Elle a choisi son éditeur et désigné les commissions de rédaction de chaque ouvrage. Chacun de ces ouvrages comprendra deux volumes, l'un théorique, l'autre se composant d'exercices, d'applications, de problèmes.

Ces ouvrages seront rédigés en allemand. On n'a permis à l'auteur de ce rapport d'émettre ici le vœu que bientôt les professeurs de mathématiques suisses-romands puissent entreprendre une publication semblable, en français. C'est une question financière, avant tout. Un Suisse-romand, M. le prof. C. JACCOLET, de Lausanne, fait partie de la Commission des manuels en langue allemande.

10. — On le voit, l'affirmation du professeur K. Brandenberger qui s'appliquait si parfaitement à notre situation en 1911, n'est plus entièrement exacte: la poussée des événements et l'énergie de quelques membres de la Société suisse des professeurs de mathématiques ont amené un état de choses nouveau. Par un effort commun, l'enseigne-

¹ Cf. *L'Enseignement mathématique*, T. 18, 1916, p. 138.

² *Loc. cit.*, éd. française, par Ch. GIRLAND.

ment des mathématiques se trouve concentré, mieux adapté aux besoins nouveaux et en possession d'un fil directeur dû à l'expérience de nombreux maîtres suisses. Nous avons certainement une grande dette de reconnaissance à l'égard de la Commission internationale de l'enseignement mathématique, grâce à laquelle nous avons toujours été renseignés sur tout ce qui se faisait dans les différents pays d'Europe, des deux Amériques, d'Australie et d'Asie. Le nom de M. H. FEHR, professeur à l'Université de Genève, secrétaire général de la Commission internationale de l'enseignement mathématique, président de la sous-commission suisse, et directeur de la revue *L'Enseignement mathématique*, organe officiel de la Commission internationale, doit être cité ici. Par ses travaux, ses publications, ses communications, il a considérablement contribué au résultat que nous constatons aujourd'hui.

11. — Pour que ce rapport sur l'enseignement des mathématiques ne soit pas purement historique, je donnerai, à titre d'exemple et pour qu'on puisse juger du niveau des études dans l'une de nos écoles moyennes, l'énoncé des *problèmes qui ont été proposés aux candidats au baccalauréat* es sciences du Gymnase cantonal de Neuchâtel, en juillet 1928, par M. le professeur L. GABRELL. On constatera que ces problèmes comportent la connaissance des programmes de géométrie; de géométrie analytique; d'algèbre, y compris la résolution de l'équation du troisième degré; d'analyse, y compris la notion de dérivée partielle.

1. Sur l'axe d'une parabole, on donne un point A et on demande de mener perpendiculairement à l'axe, en un point B, situé entre A et le sommet O, une corde CD telle que le cône engendré par le triangle ABC dans sa rotation autour de l'axe ait un volume maximum.

2. Le rayon d'une sphère est r . On y considère un cône de révolution inscrit. Quel doit être le rapport de la hauteur du cône au rayon de la sphère pour que le volume du cône soit à celui de la sphère comme l'unité est au nombre n ? Dans l'équation trouvée, qui définira le rapport, on fera $n = \frac{27}{8}$.

3. Réduire à la forme canonique, l'équation de la conique:

$$2x^2 - 3xy + 3y^2 + x - 7y + 1 = 0.$$

Plusieurs candidats ont fourni les solutions des trois problèmes. Ils avaient encore à faire une épreuve de géométrie descriptive et à résoudre trois problèmes de mécanique portant respectivement sur la statique des corps solides, la cinématique et la dynamique du point.

12. — La question de la *préparation des professeurs de mathématiques* de l'enseignement secondaire, qui a été si souvent discutée dans tous les pays depuis une vingtaine d'années a aussi été abordée en Suisse. En 1906 déjà, la Société suisse des professeurs de mathématiques émet le vœu que la question soit mise à l'étude. *L'Enseignement*

mathématique (1908, p. 1-40) donne un traduction de l'important *Rapport* présenté par GUTZMER et KIEHN au congrès des mathématiciens allemands tenu à Dresde. En 1915, la même revue publie en quatre langues le *Questionnaire* de la Commission internationale sur cette question et M. H. FEHR le présente à la Société des professeurs de mathématiques. En 1917 enfin, cette société entend un travail de M. le professeur K. MATHER, à la suite duquel elle émet un vote tendant à la création de cours universitaires sur: 1o les questions de mathématiques élémentaires envisagées du point de vue des mathématiques supérieures, 2o sur l'histoire des mathématiques et l'étude de cette science au point de vue de la théorie de la connaissance. Elle demande aussi la création de séminaires théoriques et pratiques d'enseignement des mathématiques.

Pour répondre à ces besoins, plusieurs universités, telles que Bâle, Genève, Zurich, Berne et l'Ecole polytechnique avaient d'ailleurs déjà organisé, depuis plusieurs années, des cours relatifs à l'enseignement des mathématiques. L'université de Lausanne, celle de Neuchâtel, d'autres encore, ont des cours d'histoire des sciences. Depuis longtemps, le canton de Vaud exige des candidats à l'enseignement secondaire un certificat pédagogique et plusieurs cantons ont imité son exemple. Toutes les universités délivrent maintenant des certificats pédagogiques qui comportent des exercices pratiques.

13. — Dans plusieurs universités suisses, un effort a été tenté vers une plus grande concentration des programmes. Je me bornerai à citer les Facultés des sciences des universités de Lausanne et de Neuchâtel qui ont organisé, depuis quelques années, des *licences* par certificats, un peu à l'exemple de ce qui se fait en France. La licence est, en Suisse romande, le titre universitaire requis pour l'accès à l'enseignement secondaire. L'examen de licence était, jusqu'ici, très encyclopédique. Le nouveau règlement permet à l'étudiant de concentrer successivement son attention sur les diverses branches les plus importantes des mathématiques et des sciences connexes; il lui permet aussi le libre choix entre un assez grand nombre de combinaisons qui sont cependant comprises de façon à assurer la culture mathématique vraiment organique du candidat.

Enfin, s'il est vrai qu'un bon maître doit toujours rester en contact avec la partie de la science qui se fait, nous ne pouvons oublier, dans un rapport sur l'enseignement des mathématiques, de mentionner l'apparition d'un nouveau périodique créé par la Société mathématique suisse sous le titre *Commentarii mathematici helvetici*. Je ne pourrais pas terminer ce rapport sur un fait plus plein de promesses pour notre pays, du point de vue où nous nous sommes placés ici.

Neuchâtel, 15 août 1928.

XVIII^e Année, 1929. — Nos 4, 5, 6.

Hommage de l'auteur.

(Paru en février 1929)

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE

REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1899 par C.-A. LAISANT et H. FEHR

Dirigée par

H. FEHR

Docteur es sciences
Professeur à l'Université
de Genève.

A. BUHL

Docteur es sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse.

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique dans les principaux pays depuis 1910.

(Suite)
Allemagne, par W. LIETZMANN
Angleterre, par G. ST. L. CARSON
Hollande, par D. J. E. SCHREK

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & Co, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & Co, ÉDITEURS

1929

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) ¹

ALLEMAGNE

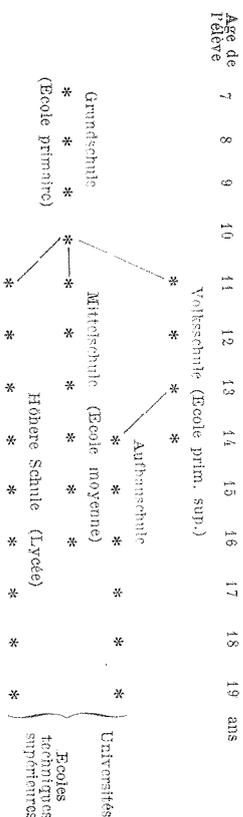
Par le Dr W. LIEZMANN (Directeur de l'Ecole réelle supérieure de Gœttingue).

I. ORGANISATION SCOLAIRE GÉNÉRALE.

Depuis la rédaction des rapports allemands destinés à la Commission internationale ² de l'enseignement mathématique, l'organisation scolaire allemande a subi quelques changements qu'il faut connaître, pour pouvoir juger de l'état actuel de l'enseignement mathématique. Les discussions sur les questions d'enseignement qui surgirent, en Allemagne comme en d'autres pays, vers la fin de la guerre mondiale, et conduisirent après la Révolution à d'orages démantés, prirent un cours plus paisible lorsqu'une « Conférence scolaire du Reich » eut, en 1920, réuni pour un échange de vues méthodique un Parlement pédagogique d'environ 600 participants. Les discussions portèrent essentiellement sur la formation des maîtres, la structure de l'école et la méthode d'enseignement dite « école active ». Le Reich, qui avait pris l'initiative de la législation par l'établissement d'une « Grundschule » (école fondamentale) de quatre ans, obligatoire pour tous les enfants, ne tarda pas à abandonner aux différents « pays » le reste de l'organisation. Chaque pays fit ainsi, plus ou moins, ses réformes particulières. Le présent rapport se proposant uniquement de donner

une vue d'ensemble, il suffira d'indiquer quelle fut la nouvelle organisation dans le plus grand des pays, la Prusse, et de préciser quelques divergences.

Le schéma suivant renseigne sur la structure générale de l'école en Prusse :



La *Grundschule* (école de base ou école primaire ou fondamentale), est obligatoire pour tous les enfants; elle comprend quatre ans. En sortant de la quatrième classe, les élèves entrent soit dans la *Volksschule* (école primaire supérieure, plus exactement école populaire) qui, au point de vue du local et de la direction, est unie à la « Grundschule », soit dans une *Mittelschule* (école moyenne) de six ans, soit enfin dans une *höhere Schule* (lycée) dite « *grundständig* », c'est-à-dire faisant suite à la « Grundschule », et qui comprend neuf ans. La « *Mittelschule* » prépare à toutes sortes de professions, comporte une langue étrangère obligatoire, pousse les mathématiques à peu près aussi loin que les six premières années de la « *höhere Schule* » et permet à l'occasion à quelques bons élèves le passage dans les « *höhere Schulen* ». Ces dernières conduisent à la maturité, qui donne droit à la fréquentation des universités et des hautes écoles, techniques ou autres, en neuf ans, donc en treize ans à partir du début de la « *Grundschule* ». Des élèves bien doués de la « *Volksschule* » (école primaire supérieure) peuvent, après la septième année, atteindre le même but dans un cours de six ans dit *Aufbauschule* (école de super-structure ou complémentaire).

La « *Mittelschule* » n'existe qu'en Prusse et dans quelques Etats du Nord de l'Allemagne. Les « *Aufbauschulen* » ne sont pas encore organisées dans quelques Etats du Sud, par exemple la Bavière.

Les « *höhere Schulen* » ou lycées comportaient avant la guerre trois types : « *Gymnasien* » (avec latin, grec et une langue étrangère moderne), « *Realgymnasien* » (avec latin et deux langues étrangères modernes) et « *Oberrealschulen* » (avec deux langues étrangères modernes).

Des variétés existaient sous la forme des « *Reformgymnasien* » et « *Reformrealgymnasien* », qui poursuivaient le même but que les établissements correspondants, mais remplaçaient, comme langue de

¹ Pour la première partie, voir *L'Enseign. math.*, 28^e année, 1^{er} fascicule, 1920, p. 5-27. Elle comprend la France, l'Italie et la Suisse.

² Elle est résignée dans les pays de langue allemande par les Instituts IMUK (Internationale mathematische Unterrichts-Kommission). — N. d. l. R.

début, le latin par une langue étrangère moderne. Peu après la guerre surgit en Prusse, puis dans quelques autres pays, un quatrième type, la « Deutsche Oberschule », qui ressemble à l'Oberschule, mais restreint la seconde langue étrangère et met au premier plan non pas, comme l'Oberschule, les mathématiques et les sciences naturelles, mais l'allemand et l'histoire. Dans les « Aufbauschulen » de six ans, les types gymnase et gymnase réel font défaut; seules existent les « Deutsche Oberschulen » et les « Oberschulen ».

L'enseignement des jeunes filles — la coéducation n'existe en Allemagne qu'à titre exceptionnel — présente les quatre mêmes types d'établissements secondaires, malgré de petites divergences; pourtant le type « gymnase » est rare.

La formation des maîtres des établissements secondaires est restée ce qu'elle était: examen de maturité, études d'au moins quatre ans dans une Université — ou, pour les mathématiciens, dans une Ecole technique supérieure — examen d'Etat scientifique, formation pratique de deux ans — d'une seule année dans bien des pays — portant tant sur la pédagogie générale que sur l'enseignement de la branche particulière, et donnée en général dans un « séminaire » annexé au lycée, examen pédagogique. Les nominations se font ensuite d'après l'offre et la demande. Les maîtres des écoles primaires et moyennes étaient formés autrefois, après fréquentation des Ecoles primaires, dans un « Lehrseminar » (école normale) de six ans. Ces dernières sont aujourd'hui supprimées en Prusse et dans quelques autres Etats, elles subsistent par contre en Bavière. On exige aujourd'hui des futurs instituteurs la maturité et une formation pratique et théorique de deux ans dans une Académie pédagogique (la Prusse en possède actuellement dix) ou des instituts annexés à la Haute Ecole (par exemple en Saxe), ou enfin directement à l'Université (par exemple en Thuringe et Hesse).

II. PROGRAMME DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE.

L'établissement des programmes d'étude étant affaire des différents pays, on ne peut donner d'indications générales sur les matières enseignées au cours de mathématiques: la diversité est trop grande, surtout si l'on tient compte encore des différentes variétés qui existent dans des écoles appartenant à la même catégorie. Mieux encore, la Prusse a récemment adopté le système de ne plus donner de programmes obligatoires, mais seulement des « directives », d'après lesquelles les différents établissements composent eux-mêmes leurs programmes. Malgré tout, et précisément en mathématiques, les divergences ne sont pas si grandes que l'on ne puisse indiquer quelques exigences communes.

On ne peut, de même, donner d'indications générales en ce qui

concerne le nombre d'heures consacré aux mathématiques: il oscille (il s'agit, en général, d'« heures académiques » de 45 minutes) entre trois et six par semaine, dans un ensemble de 30 à 36 heures hebdomadaires d'enseignement.

La *Grundschule* se propose la pratique, orale et écrite, des quatre opérations fondamentales avec les nombres entiers.

La *Volksschule* pousse jusqu'au calcul des fractions et à la solution de problèmes pratiques du ménage, de l'économie publique ou privée (par exemple règle de trois, règle d'intérêt). En Géométrie (« Raumlehre »), on traite sous une forme intuitive les faits les plus importants, utiles dans la vie pratique ou dans les métiers les plus simples, de la plimétrie et de la stéréométrie; enseignement où des calculs de surfaces et de volumes et des méthodes empruntées au dessin (à l'occasion de la projection horizontale et projection verticale) se prêtent une aide réciproque.

La *höhere Schule* (la *Mittelschule* correspond à peu près, au point de vue des mathématiques, aux six premières années de la *höhere Schule*) commence dans les trois premières années (degré inférieur) par les opérations fondamentales avec les nombres entiers et fractionnaires en insistant sur les applications dans le calcul civil et commercial. Dans l'Arithmétique des trois années suivantes (degré moyen) qui unit les sept opérations (c'est-à-dire, outre l'addition, la soustraction, la multiplication et la division, l'élevation à une puissance, l'extraction d'une racine, le calcul des logarithmes) dans le domaine des nombres réels à la théorie des équations du premier et du second degré, la notion de fonction et la représentation graphique jouent aujourd'hui un rôle prépondérant. Dans le degré supérieur, c'est-à-dire dans les trois dernières années, la notion de nombre est élargie jusqu'au nombre complexe inclusivement (donc à peu près jusqu'au *théorème de Moivre*), on traite les séries arithmétiques et géométriques, avec leur application au calcul d'intérêt et calcul des rentes, quelquefois en outre le calcul des assurances. L'analyse combinatoire et le calcul des probabilités sont récemment en recul marqué. Ici aussi, d'ailleurs, la notion de fonction est au premier plan et on y parvient par des méthodes infinitésimales. Les « Realanstalten » introduisent le calcul différentiel, parfois aussi le calcul intégral, des fonctions rationnelles entières et trigonométriques, dès la première année du degré supérieur, pour que l'enseignement de la Mécanique, par exemple, puisse en tirer profit à temps. La Théorie des équations (pour la résolution on préfère de plus en plus à la *formule de Cardan* des procédés d'approximation comme la *regula falsi* ou la méthode de Newton) est tout entière sous le signe de la recherche des zéros de fonctions entières. La discussion des fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, de quelques fonctions algébriques et des plus importantes parmi les fonctions transcendentes (fonctions trigonométriques; circulaires, exponentielles et logarithmiques) y fait suite. En calcul

intégral on s'en tient le plus souvent aux intégrations les plus simples, pourtant quelques « Oberrealschulen » du Sud de l'Allemagne, entre autres, vont ici comme en général en calcul infinitésimal, sensiblement plus loin. Les « Realanstalten » traitent presque toujours les séries de puissances les plus simples, pour fournir un moyen pratique de calcul des fonctions algébriques et transcendentes étudiées.

L'enseignement de la Géométrie comporte, à côté de la planimétrie, de la stéréométrie et de la trigonométrie plane, qui sont au moins dans leurs parties élémentaires, achevées dès le cours moyen. La trigonométrie sphérique avec ses applications les plus simples à la géographie et à la cosmographie, la géométrie analytique du plan (très rarement celle de l'espace) et, dans les « Oberrealschulen », une géométrie synthétique des sections coniques à la façon d'APOLLONIUS (propriétés des foyers, sphères de DANDERLIN) et de DESCARTES (propriétés de perspective, théorème de PASCAL). La représentation de figures de l'espace par la projection cotée, la double projection horizontale et verticale, l'axonométrie, la perspective centrale, la théorie des cartes, accompagnent l'enseignement géométrique dès le degré moyen.

III. GÉNÉRALITÉS SUR LA MÉTHODE D'ENSEIGNEMENT.

Les programmes des écoles allemandes ont de tout temps attribué une grande importance à l'adjonction de « remarques méthodiques » ; dans les « directives » prussiennes de 1925, ces remarques deviennent en somme l'objet principal. En cette matière le mot d'ordre est aujourd'hui : *école active*. Ce mot n'est pas toujours entendu de la même façon. Le point essentiel, c'est que l'élève doit s'assimiler les matières d'enseignement par un travail personnel ; la notion suppose donc une productivité de l'esprit, d'autres veulent en outre la « spontanéité ».

Au point de vue méthodique, ce principe a pour conséquences qu'une présentation dogmatique sous forme de conférence du maître est homnie, que même la méthode question-réponse (la méthode hennis-tique ou de redécouverte), avec direction fortement suggestive du maître, est en recul, et qu'on préconise plutôt, comme forme de l'enseignement, la conversation entre maître et élèves, chez les fanatiques du principe le pur discours des élèves entre eux, correspondant à un effacement presque complet du maître. Les maîtres de mathématiques prennent une part importante aux discussions pour et contre l'école active ; tous semblent d'accord sur le principe, mais des divergences subsistent quant à la réalisation pratique.

Le fait d'exiger de l'élève une activité intellectuelle personnelle a pour conséquence une forte prédominance, dans l'enseignement mathématique, des problèmes et devoirs. Si, autrefois, les recueils de problèmes d'arithmétique s'en tenaient à certains matières tradi-

tionnelles telles que les équations numériques ou enveloppées dans un texte, les recueils géométriques à des problèmes de construction, on insiste, aujourd'hui, sur des problèmes qui développent le programme d'enseignement et permettent ensuite de l'appliquer. Il faut donc noter un grand progrès dans la diversité des problèmes posés. Une telle méthode doit, naturellement, tenir le plus grand compte du développement psychique de l'élève : en conséquence, on ne passe que progressivement de la méthode intuitive, plus ou moins empirique (dessins, modèles), à la méthode proprement logique et déductive. La matière mathématique doit, en particulier dans ses applications, être une proche réalité et, loin d'apparaître enveloppée sous des « revêtements » artificiels, être prise dans l'ambiance normale de chaque âge.

Ceci touche à un second point important sur lequel insistent constamment les « directives » : la *diversité* des branches qui attire l'élève dans les directions les plus variées doit être atténuée par la création de « chemins de traverse ». Non seulement les problèmes mathématiques doivent prendre leur matière par exemple dans la physique, la géographie, etc., mais même entre des branches aussi hétérogènes que les mathématiques et les langues il doit exister des traits d'union : dans les gymnases, on doit utiliser comme « sources » des extraits d'Euclide, d'Archimède, etc., dans les gymnases réaux, peut-être Descartes, l'enseignement dans la langue maternelle doit tenir compte également des œuvres mathématiques et vice-versa les mathématiques doivent prendre garde aux capacités d'expression de la langue allemande.

Les directives recommandent tout particulièrement qu'on insiste sur les « valeurs culturelles ». Cela signifie, en mathématiques, qu'on doit tenir compte davantage du développement historique et, d'autre part, établir la liaison avec la philosophie. On pourra, pour ce dernier objet, faire appel non seulement à la logique et à la philosophie des sciences, mais aussi à la psychologie et, surtout dans l'étude des fondements des mathématiques, à la théorie de la connaissance. L'importance attribuée à l'histoire des mathématiques poursuit le même résultat. On ne se contentera pas, dans cette étude historique, de citer des noms et des dates, mais on suivra l'histoire des problèmes, si possible en se référant aux sources.

On se demandera peut-être comment — avec un nombre d'heures limité — il sera possible d'atteindre un objectif aussi haut placé. L'idée suggérée par les « directives » de choisir quelques problèmes et de les traiter à fond, en laissant complètement de côté d'autres domaines, sera difficilement réalisable, précisément en mathématiques, au moins là où il faut poser des fondements pour toute la suite. Une autre issue se présente. C'est à quelques dizaines d'années que remontent déjà les efforts pour constituer avec moins de rigidité le degré supérieur du lycée, en laissant aux élèves quelque liberté dans le choix des branches. Le système, réalisé surtout à Lübeck,

« du noyau et des cours » (*Kern und Kurse*), ne rend obligatoire pour tous les élèves que deux tiers à peu près des heures hebdomadaires, les élèves choisissant, pour le reste, librement leurs branches. Surtout en Saxe est répandue une autre organisation, la formation par groupes; le degré supérieur se scinde en deux divisions, dont l'une met au premier plan les langues et l'histoire, l'autre les mathématiques et les sciences naturelles. En Prusse, cette forme de libre organisation était aussi, avant que parussent les « directives », très répandue; les « directives » la remplacèrent par l'institution dans tous les établissements, suivant leur grandeur, de six à douze heures réservées à des « communautés de travail libre ». Lorsqu'une école organise une communauté de travail mathématique, ce sont naturellement surtout les élèves intéressés par les mathématiques qui y entreront librement. Les sujets d'étude varient chaque semestre. Une bonne partie des sujets dont l'étude était indiquée plus haut comme désirable peut être ici particulièrement poussée. Mais on a cultivé aussi, dans ces « communautés de travail », des domaines mathématiques spéciaux, tels que la monographie, la statistique mathématique, les mathématiques et l'art, les sophismes et erreurs mathématiques, les jeux mathématiques, etc.

IV. QUELQUES QUESTIONS SPÉCIALES DE LA DIDACTIQUE MATHÉMATIQUE.

Il est impossible, dans ce bref rapport, de traiter dans le détail des différents problèmes de didactique mathématique qui se présentent dans l'enseignement des diverses parties du programme; il me suffira d'en choisir quelques-uns.

Dans l'enseignement du *calcul* (arithmétique) dans les classes inférieures, on prépare d'aussi loin que possible le futur emploi des lettres, en exprimant par exemple par des symboles littéraux des lois générales du calcul (loi de commutativité dans l'addition et la multiplication, calcul des fractions, règle d'intérêt).

Réciproquement, l'enseignement ultérieur de *l'arithmétique* prend à cœur, jusque dans la dernière classe, le calcul numérique. On pratique maintenant partout le calcul abrégé, en évaluant autant que possible l'exactitude qu'on peut atteindre. Une rigueur excessive et inconciliable avec les données primitives est honnie. Dans les calculs logarithmiques on se contente de quatre décimales. On emploie, en outre, d'une façon générale la règle à calcul (l'étude de son emploi incombe d'ailleurs surtout à l'enseignement pratique de la physique). Dans l'extension de la notion de nombre du nombre naturel (positif entier) au nombre complexe, on adopte généralement la loi de permanence énoncée par HANKEL; une introduction sous forme d'axiomes ou même un aperçu des notions les plus simples de la théorie des ensei-

bles n'est donné, à l'occasion, que dans les dernières classes ou dans les communautés de travail. Une introduction rigoureuse du nombre irrationnel par le procédé de coupure de DEDKIND est sans doute rare elle aussi, et réservée aux années supérieures. Pourtant, le nombre des voix augmente, qui réclament une préparation précoce à la notion de suite et de limite (racine carrée, π , série géométrique).

La notion de fonction (et la représentation graphique sont maintenant utilisées à fond. Ici encore l'enseignement du calcul, avec des appels à l'intuition géométrique, prépare le terrain et l'on déduit de l'étude de fonctions empiriques certaines propriétés générales des fonctions. Le calcul des proportions se réduit presque complètement à l'étude de la fonction linéaire $y = ax$. Les fonctions rationnelles entières, rationnelles fractionnaires, les fonctions algébriques simples et, parmi les fonctions transcendentes, les fonctions trigonométriques, circulaires, exponentielle et logarithmique sont discutées numériquement et graphiquement.

Sur les méthodes à pratiquer en calcul infinitésimal (calcul différentiel, calcul intégral, séries infinies) se sont élevées ces dernières années, en Allemagne, de vives discussions, auxquelles prirent part aussi bien les mathématiciens des universités que ceux des lycées. Tout en admettant, comme point de départ, l'intuition géométrique et physique des fonctions, on exige pourtant, en général, quelque rigueur dans l'introduction analytique et, lorsque cette dernière dépasse le cadre de l'enseignement secondaire (par exemple pour la différentiation des séries de puissances, les discussions du terme complémentaire), l'indication expresse que la démonstration est incomplète. Ce stragème n'offre, dans son principe, rien de nouveau; de tout temps on a, dans les lycées allemands, admis le théorème fondamental de l'algèbre, sans en donner la démonstration.

Les « directives » prussiennes proposent, comme innovation, de faire appel aux fonctions de variables complexes. Lorsqu'on donne suite à cette invitation, on se contente sans doute de l'étude de la fonction linéaire entière et linéaire fractionnaire d'une variable complexe (pour éviter la notion de surface de RIEMANN) et on utilise cette introduction pour donner un aperçu des transformations les plus simples. D'autres atteignent le même résultat sans aborder le domaine complexe en s'appuyant sur le programme d'ERLANGEN de KLEIN. Ceci aussi contribue — comme la représentation graphique des fonctions réelles — à rendre plus intuitives l'arithmétique par la géométrie.

En *géométrie*, on a conservé l'introduction procédurale — qui a fait ses preuves — pour les classes de début. Plus tard encore, on établit expressément un programme de mesurage et de dessin pour toutes les classes. Ces mesurages pratiques doivent non seulement servir de base à des calculs de surfaces et de volumes, ils accompagnent aussi, sous forme d'arpentage sans trigonométrie, la planimétrie, particulièrement la théorie de la similitude et, plus tard, sous forme

d'arpentage et de nivellement la trigonométrie plane et la géométrie analytique. La trigonométrie sphérique est enseignée partout, bien qu'on s'en tienne, dans les gymnases, aux théorèmes essentiels, pour donner à tous des notions de géographie et de cosmographie mathématiques qui doivent reposer, elles encore, autant que possible, sur des mesurages personnels (théodolite, instrument universel).

La planimétrie et la stéréométrie ne sont pas enseignées à des périodes différentes, mais en fonction l'une de l'autre, de telle sorte que la théorie des surfaces et de la similitude, par exemple, soit immédiatement suivie des chapitres correspondants de la géométrie dans l'espace.

Cette « fusion » s'obtient surtout par le dessin de figures de l'espace. Déjà dans les classes moyennes les directives prussiennes demandent la représentation de figures simples de l'espace d'après la méthode de la « projection unique » (Bildtafelmethode) proposée par M. le Prof. SCHERFFERS, de l'École technique supérieure de Charlottenbourg. Il s'agit du procédé de la projection cotée, sauf que les cotés en chiffres sont remplacés par des segments placés à côté. En passant par l'axonométrie verticale et oblique, on en vient ensuite à la représentation par projections horizontale et verticale. Celle-ci est complétée dans la mesure du possible par la perspective centrale et la cartographie. Dans la trigonométrie sphérique, de même, et ses applications à l'astronomie mathématique, on complète volontiers aujourd'hui les méthodes de pur calcul par celles qui font appel à des constructions géométriques.

Le souci des méthodes géométriques trouve, au moins dans les établissements réaux, un objet rémunérateur dans la théorie des coniques. L'étude simultanée des conceptions planimétrique et stéréométrique des coniques — la liaison entre la définition planimétrique et la définition stéréométrique s'établit au moyen des sphères de DANDELIN — permet, par la mise en évidence des propriétés des foyers, à la veille méthode déductive d'Euclide d'entrer en lice. Puis vient la conception perspective de DESARGUES, où les théorèmes de PASCAL et de BRIANCHON ont une position centrale, mais où le contact s'établit, aussi, avec la géométrie descriptive. Enfin, la géométrie analytique initie à une nouvelle et troisième conception. La génération projective des coniques, qui comptait autrefois quelques amateurs parmi les professeurs de mathématiques allemands, a presque disparu aujourd'hui des établissements secondaires.

Le profane s'étonnera peut-être de la grande étendue de ce programme mathématique. Mais, d'une part, il faut noter que la terminaison de la « höhere Schule » allemande ne correspond pas à la terminaison de la *high school* des États-Unis, mais comprend encore à peu près les deux premières années de leur *College*. D'autre part, deux causes exercent une influence modératrice sur cette abondance de matières: il serait faux de croire que tous les domaines sont étudiés

obligatoirement et dans toute leur étendue dans toutes les écoles; tantôt ceci, tantôt cela reste hors de cause, un peu plus dans les gymnases, un peu moins dans les écoles réales. Ensuite: la tendance à sortir les différentes parties des mathématiques de leur position isolée, à les fonder en un tout, a pour conséquence qu'un groupe d'idées sert de support à un autre, au lieu de comporter une rupture avec lui, comme c'est le cas lorsqu'on les étudie séparément, que ce soit parallèlement ou successivement.

Pour terminer, une remarque encore: l'état actuel de l'enseignement mathématique en Allemagne est un développement continu de la réforme de l'enseignement mathématique inaugurée en 1905, sous la direction de Félix KLEIN, par les « propositions de MERAN » élaborées par une commission pédagogique de l'Association allemande pour l'avancement des sciences. Le travail de la sous-commission allemande de la Commission internationale de l'enseignement mathématique a activé le mouvement. Les « programmes de MERAN revus » mis sur pied en 1917, sur le désir du ministre prussien, publiés en 1922, ont résumé les efforts réformateurs des années intermédiaires. Les directives prussiennes et — en partie avant, en partie après — les programmes des autres États ont, en union organique avec ces propositions, malgré quelques adjonctions de détail, donné un caractère obligatoire aux projets.

V. BIBLIOGRAPHIE.

Dans l'indication de la littérature, la limitation à un petit nombre d'ouvrages s'impose naturellement. Je nommerai d'abord les deux revues qui servent en Allemagne à l'enseignement mathématique, en particulier à celui des établissements secondaires:

Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Leipzig, B. G. Teubner, dirigée par H. SCHOTTEN, W. LIEZMANN et W. HILBERS.
Unterrichtsbilder für Mathematik und Naturwissenschaften, Berlin, O. Salle, dirigés par G. WOLFF.

Sur l'organisation générale de l'enseignement mathématique, les programmes, les méthodes, la bibliographie, consulter:
 W. LIEZMANN, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, I. Band, 2. Aufl. 1926, Leipzig, Quelle und Meyer.

Pour les matières d'enseignement mathématique et leur enseignement méthodique, se renseigner dans:

W. LIEZMANN, *Methodik des mathematischen Unterrichts*, II. Bd., 2. Aufl. 1923 und Bd. III 1924, Leipzig, Quelle und Meyer.

De la longue liste de manuels modernes d'enseignement mathématique qui traitent (parfois en plusieurs volumes et souvent dans des éditions différentes suivant les catégories d'écoles) toutes les matières enseignées dans les établissements secondaires, je n'extraitai que quelques noms :

LIEZMANN-ZÜHLKE (Leipzig, Teubner), SCHÜLKE-DREERZ (Teubner), GÖTTING-BERENDSEN-HANNACK (Leipzig, Teubner), Heinrich Müller (Leipzig, Teubner), MANNHEIMER-ZEISSNER (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), ZACHARIAS-EBNER (Frankfurt-a.-M., Diesterweg), MAUSCH (Leipzig, Quelle und Meyer), REIDT-WOLFF-KRIST (Berlin, Grote), FRANK (Münster-Coppelnah), LÖTZENBERGER (Dresden, Ehlennann), HENNRICH-GRÜNHOLZ (Bamberg, Buchner).

Ajoutons pour terminer quelques indications bibliographiques sur des questions spéciales d'enseignement. Des domaines particuliers sont étudiés, tantôt du point de vue historique, tantôt en eux-mêmes, dans les fascicules fréquemment utilisés dans les écoles de la *Mathematisch-Physikalische Bibliothek*, éditée par W. LIEZMANN et A. WIRTING (actuellement environ 75 fascicules, Leipzig, Teubner) et la nouvelle *Mathematisch-naturwissenschaftlich-technische Bibliothek* éditée par G. WOLFF et E. WASSERLOOS (actuellement environ 20 fascicules, Berlin, Salle).

Pour la philosophie de l'enseignement mathématique, je nommerai :

W. LIEZMANN, *Erkenntnistheorie im mathematischen Unterricht der Oberklassen*, Charlottenburg, Mundus-Verlag, 1921.

W. LIEZMANN, *Aufbau und Grundlage der Mathematik*, Teubner, 1924.

L'enseignement de l'histoire est donnée dans de nombreux fascicules des deux collections citées ci-dessus ; les manuels aussi ajoutent récemment des remarques historiques, et contiennent les problèmes les plus variés extraits d'anciennes œuvres originales. Voir aussi :

W. LIEZMANN, *Ueberblick über die Geschichte der Elementarmathematik* (Leipzig, Teubner, 2. Aufl. 1928). Le maître se réfère surtout à la 2^{me} édition, en 7 vol., de J. TROPKE, *Geschichte der Elementarmathematik* (Berlin, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1921 sqq.)

Quant aux domaines spéciaux, je ne citerai que deux ouvrages : Le guide utilisé d'une façon générale pour l'enseignement de l'« Einmalehrprojektion » est :

G. SCHNEPERS und W. KRAMER, *Leitfaden der darstellenden und räumlichen Geometrie* (Leipzig, Quelle und Meyer, I. Bd. 1924, II. Bd. 1925). Voir aussi les fascicules de BALSER et KRAMER dans la *Math. Phys. Bibl.*

Les applications techniques sont envisagées dans M. HAUTMANN, *Technische Aufgaben zur Mathematik* (Leipzig, Teubner). Voir aussi la fascicule de ROTHE dans la *Math. phys. Bibl.* Pour l'emploi de la règle à calcul dans l'enseignement, je peux citer : A. RONNBERG, *Der Rechenstab im Unterricht* (München, Oldenbourg, 1929).

ANGLETERRE

Par G. St. L. CARSON¹ (Londres).

Introduction. — Un bon nombre de faits nouveaux sont à signaler en Angleterre depuis 1910 et sont dus à une systématisation croissante de l'enseignement public. Aussi, pour donner une idée d'ensemble de ce qui s'est passé, est-il nécessaire de définir, tout au moins à grands traits, les principaux caractères de cette systématisation qui ont affecté l'enseignement des mathématiques, jusqu'ici ils s'appliquent presque uniquement aux écoles secondaires subventionnées par l'Etat, c'est-à-dire aux écoles qui reçoivent leurs élèves à onze ou douze ans et les gardent jusqu'à seize ans au moins ; mais comme on le verra plus loin, un autre problème d'un genre différent se pose, dont l'urgence va croissant rapidement.

Nous envisageons ces changements tour à tour, en les précisant autant que possible avant de formuler les problèmes qui se posent à l'heure présente.

I. PREMIER FAIT NOUVEAU IMPORTANT.

Admission des élèves. — Le premier changement dans les écoles secondaires est celui qui concerne l'admission des élèves. Les demandes d'entrée étant devenues beaucoup plus nombreuses que les disponibilités, les écoles ont pu imposer leurs propres conditions d'admission qui sont généralement au nombre de deux. La première est de ne pas dépasser un certain âge, qui était d'abord treize ans, mais qui tend à devenir partout douze ans ; la seconde, c'est de posséder un bagage raisonnable, mais indispensable en langue anglaise et en arithmétique. En conséquence, les classes sont plus homogènes aussi bien pour l'âge que pour les connaissances des élèves, et l'on peut organiser pour l'école dans son ensemble un cours minimum et défini d'enseignement mathématique, état de choses qui autrefois n'existait pas, et qui n'est pas encore adopté partout.

II. DEUXIÈME FAIT NOUVEAU.

Durée de la scolarité. — Il est maintenant reconnu que l'enseignement secondaire serait inefficace s'il ne durait pas au moins pendant

¹ Ce rapport a été écrit avec le consentement du Board of Education par M. G. St. L. Carson, Inspecteur des Ecoles de S. M. et Inspecteur du Personnel pour les Mathématiques. Il doit être bien entendu que les opinions exprimées lui appartiennent en propre et n'engagent en rien le Board of Education. (N. de la Rédaction.)

quatre ou cinq ans; en conséquence des élèves de plus en plus nombreux ont une tendance à rester à l'école à peu près jusqu'à seize ans. Il est vrai que cette durée de scolarité n'est pas toujours volontaire et on exige souvent des parents un engagement dans ce sens; mais c'est un fait de première importance pour l'enseignement et qui de grand profit pour les écoles. Le type d'élève, autrefois courtant, qui fréquentait une école secondaire pendant un an, ou deux ans au plus, pour « polir » son éducation devient maintenant presque inconnu.

Même abstraction faite des bons élèves, dont il sera question plus loin, qui prolongent leur séjour à l'école pour des études supérieures, une école secondaire peut être considérée comme recevant ses élèves, avec un minimum déterminé de connaissances, à l'âge de onze ou douze ans et les gardant quatre ou cinq ans. Il en résulte que les classes sont, moins qu'autrefois, subdivisées en groupes et qu'il n'y a plus de section d'élèves considérés comme désespérés. Il en résulte aussi que les professeurs ont dû organiser l'enseignement gradué d'une école entière, conformément à un programme mathématique commun et défini. D'où un progrès frappant dans la qualité de l'enseignement, les professeurs pouvant employer des méthodes d'exposition plus nombreuses au lieu de s'en tenir aux procédés traditionnels en négligeant les élèves qui ne réussissent pas. Les professeurs ont appris ces méthodes nouvelles, soit d'après leur propre expérience, soit dans les réunions de la Mathematical Association, soit en fréquentant les cours de pédagogie mathématique. Le plus grand mérite de ce progrès revient aux professeurs eux-mêmes, mais en le faisant, ils ont surtout obéi à la nécessité créée par l'action administrative et législative.

III. TROISIÈME FAIT NOUVEAU.

Premier examen. — Avant de donner des exemples, il convient encore de signaler la création d'un « *Premier examen* », sanction du cours normal d'une école secondaire. Certains examens existaient déjà, plus ou moins adaptés à ce but, ils ont été méthodiquement modifiés pour y répondre tout à fait, et ils sont maintenant subis, non plus par des élèves choisis, mais par tous les élèves des classes. Cette innovation est encore sujet à controverses, mais pour les mathématiques, les corps d'examinateurs, avec la collaboration des professeurs, ont précisé des épreuves qui sont adoptées à peu près par tous, sauf pour les mauvais élèves, plus nombreux chez les jeunes filles, qu'on dit incapables d'apprendre les mathématiques. C'est un fait important, car les programmes et les questions d'examen correspondent ainsi au niveau de la grande majorité des élèves; et comme on le verra bientôt, sur certains points ces programmes sont évidemment en progrès.

Programme d'études normal minimum. — Envisageons maintenant le programme normal minimum: il comprend l'arithmétique, l'algèbre,

la géométrie et dans presque tous les cas des éléments de trigonométrie; ce sont les matières du Premier Examen, la trigonométrie étant dans certains établissements facultative et même inexistante. L'arithmétique comprend les logarithmes; l'algèbre comprend la représentation graphique des fonctions, mais ne dépasse pas les équations du second degré et les progressions. La géométrie comprend généralement les six premiers livres d'Euclide, la trigonométrie se borne aux formules et aux identités les plus simples.

Il reste à considérer les progrès de l'enseignement et l'amélioration des résultats. Nous examinerons successivement les diverses parties des programmes:

Arithmétique. — Le seul changement marqué est l'introduction des logarithmes, généralement à la deuxième ou troisième année du cours, pour presque tous les élèves et non plus seulement pour l'élite. Ceci est dû en partie à la demande des professeurs de sciences; mais on y serait probablement arrivé tôt ou tard, en raison du désir des professeurs de mathématiques de donner à leurs élèves plus de facilité pour traiter des problèmes de types divers. Quoiqu'il en soit, c'est du bon travail, qui a donné aux élèves de nouvelles possibilités, et par suite a augmenté leur intérêt.

Technique de l'enseignement. — Dans la technique de l'enseignement de l'arithmétique, il n'y a pas eu de changement bien marqué: il est probable qu'il ne faut pas en attendre. Mais on trouve plus d'esprit critique chez les professeurs, comme le montre leur exposition de la multiplication et de la division des nombres décimaux. Pendant quelques années la méthode, dite de standardisation, a été très recommandée et par suite très employée; mais la tendance qui prévalait de plus en plus aujourd'hui chez les maîtres consistait à juger cette méthode et toutes autres analogues par eux-mêmes et d'après leur propre expérience.

Résultats en Arithmétique. — Les efforts des professeurs ont certainement eu pour résultat de donner aux élèves plus de connaissances en les intéressant plus. Des problèmes qui auraient été autrefois considérés comme difficiles, paraissent maintenant faciles, et cela est dû au progrès de l'enseignement. Mais beaucoup de professeurs et d'autres pensent que la vitesse et la précision dans les opérations simples ne sont pas encore ce qu'elles devraient être; on recherche de plus en plus des améliorations dans ce sens.

Algèbre. — Il y a eu peu de changement dans les programmes qui comportent les mêmes sujets traditionnels. Néanmoins, il est intéressant de constater que la tentative, commencée il y a environ vingt-cinq

ans, pour limiter les opérations formelles aux fractions ayant des termes simples pour dénominateurs, a échoué, probablement en raison de l'opposition tacite des professeurs eux-mêmes. A tort ou à raison, on a, semble-t-il, le sentiment que le programme actuel représente le minimum de ce qu'il est nécessaire de connaître. Beaucoup de professeurs, des meilleurs, n'ont pas toujours été de cet avis; il en est, sans doute, encore qui ne le pensent pas; cependant beaucoup sont aujourd'hui convaincus par l'expérience qu'un programme plus restreint ne serait qu'un outil sans grande utilité.

Technique de l'enseignement et résultats. — Pour la technique de l'enseignement il semble qu'il y ait peu de changement, sauf le progrès pédagogique personnel des professeurs. A part l'admission tacite d'un programme minimum et le perfectionnement général de la pédagogie, l'algèbre ne semble pas en progrès. En vérité, elle aurait besoin d'un débouché comparable à celui que les logarithmes ont apporté à l'arithmétique. Malgré la valeur de l'outil, les élèves n'en ont tiré jusqu'ici qu'un maigre parti.

Géométrie. — Il y a eu en géométrie des changements importants, non dans les programmes, mais dans l'enseignement et dans les résultats; ils sont démontrés indirectement, mais incontestablement par leurs effets. Il y a trente ans, de nombreux élèves trouvaient que la géométrie était bien au-dessus de leur intelligence; il y a quinze ans, leur nombre avait beaucoup diminué, mais était encore important; il est maintenant relativement petit; en d'autres termes il y a peu d'élèves qui restent maintenant totalement ignorants de cette science. Il est plus facile de signaler ces faits que d'en donner les causes. L'une d'elles tient probablement à l'adoption unanime des mêmes axiomes des déplacements et du parallélisme; une autre à l'utilisation du dessin et des procédés de mesure, comme bases des premiers raisonnements. Mais il est possible que ces causes aient peu compté devant les progrès de l'enseignement lui-même, qui paraissent avoir été plus importants en géométrie que dans les autres matières. A vrai dire, l'enseignement de la géométrie a été l'objet de plus d'études; étant donné que ces minutieuses études et les expériences se poursuivaient sans arrêt, on peut conclure que les professeurs eux-mêmes ne sont pas encore satisfaits. Une publication récente de la Mathematical Association a indiqué des changements radicaux. Y compris une exposition et un usage nouveau des axiomes du déplacement et du parallélisme. Quel que soit le mérite de ces suggestions, l'intérêt qu'elles ont éveillé et les discussions qu'elles ont provoquées ne peuvent manquer d'être bienfaisantes.

Signe des Temps. — C'est une chose assez digne de remarque que, bien que les questions de géométrie soient en honneur en Angleterre

depuis au moins trente ans, on n'ait pas apporté de changement au contenu du programme-type et que, sauf tout récemment, on n'en ait suggéré aucun. Il est vrai qu'il a fallu longtemps pour obtenir une exposition convenable des premiers éléments; et en fait il y a peut-être la encore place pour des améliorations. Le corps enseignant pense cependant qu'il y a encore à faire. C'est ainsi qu'on entend souvent les maîtres se plaindre de ce que de trop rares élèves peuvent aborder des problèmes faciles¹ avec quelque chance de succès. D'après de nombreux indices les prochaines modifications se feront sans doute dans le sens d'une extension des programmes, les connaissances actuelles apparaissant insuffisantes pour donner une véritable connaissance géométrique. L'enseignement de la géométrie descriptive gagne du terrain assez lentement; l'étude d'autres courbes que le cercle n'est plus regardée comme entièrement impossible, ainsi que cela aurait été le cas, il y a quinze ans. En un mot, le corps enseignant est peut-être en train de décider, inconsciemment, qu'il faut perdre moins de temps à l'étude des axiomes, et que l'enseignement doit s'étendre sur un champ plus vaste.

Trigonométrie. — On a déjà indiqué le caractère pratique et numérique de la trigonométrie. Il faut ajouter que cette question n'est pas regardée comme un luxe réservé aux meilleurs élèves, mais destinée à tous ou presque tous; l'expérience a montré que, grâce à elle, beaucoup d'élèves, garçons et jeunes filles, se sont intéressés aux mathématiques et les ont comprises. Si le sujet avait été traité selon la méthode abstraite traditionnelle, avec sa floraison habituelle d'identités et d'équations, l'expérience aurait assurément échoué, car il n'aurait pas fourni ce lien entre le nombre et l'espace qui intéresse les enfants.

Causes de progrès. — En ce qui concerne les études secondaires, la période que nous considérons a donc été caractérisée par des efforts silencieux et un progrès important des méthodes d'enseignement et par trois progrès principaux: l'usage des logarithmes, l'usage de la trigonométrie et le refus tacite des professeurs de diminuer le programme d'algèbre. On pourrait croire, et sans doute on croit habituellement que ces trois progrès sont dus à des ordres d'en haut, par exemple des corps d'examinateurs. Rien n'est plus éloigné de la vérité. La vérité est que les logarithmes et la trigonométrie ont pénétré dans les écoles avant de figurer dans les programmes d'examen, les corps d'examinateurs n'ont interrogé sur ces sujets qu'à la demande des écoles et ils auraient tout aussi bien admis une réduction du programme d'algèbre. On peut donc conclure en toute impartialité que

¹ The Teaching of Geometry in Schools. Rapport de la British Association, 1926.

L'Enseignement mathém., 28^e année, 1929.

depuis 1910 les professeurs de mathématiques ont fait un premier pas vers la constitution d'une association organisée avant sa propre volonté. C'est un changement encore plus important que les détails particuliers que nous avons signalés et qui sont d'ailleurs dus aux efforts de la Mathematical Association et de ses régionales.

Le Calcul différentiel. — Pour l'avenir, on a déjà signalé la persistance des progrès de l'enseignement de la géométrie, mais le phénomène le plus important est l'emploi du calcul différentiel. Il en est au point où se trouvait la trigonométrie il y a quinze ans. On l'envisage pour des élèves moyens; un petit nombre croissant d'écoles l'ont introduit avec succès, en dehors de toute exigence d'examen. Le programme comprend au moins la différentiation et l'intégration des polynômes. Sans aucun doute l'histoire se répètera; dans quelques années d'ici les éléments de ce calcul trouveront place dans le Premier Examen pour tous les élèves. Il y a déjà un début de réalisation: dans la plupart de ces examens existe une épreuve facultative (que choisissent très peu de candidats) appelée « Mathématiques supplémentaires » et qui comprend des compléments d'algèbre, de la trigonométrie théorique et un peu de géométrie analytique; sur le désir des écoles elles-mêmes, des éléments de calcul différentiel peuvent être substitués à tout ou partie de ce programme.

C'est dans le calcul différentiel seul que l'algèbre formelle enseignée aujourd'hui trouvera son véritable développement, comme le pensent les quelques écoles qui ont abordé ce sujet avec les élèves moyens. En fait, il semble déjà probable que le calcul différentiel fera corps avec l'algèbre dans les écoles secondaires, comme il le fait dans l'étude de l'analyse moderne; c'est du moins la conclusion vers laquelle tend, toute restreinte qu'elle soit, l'expérience de l'Angleterre.

IV. Progrès des Études Supérieures.

Deuxième examen. — Si nous revenons aux écoles secondaires elles-mêmes, nous devons y signaler une autre modification. En 1917, le Board of Education a pris l'initiative d'encourager systématiquement les études supérieures pour les meilleurs élèves restant à l'école pendant au moins deux ans après le Premier examen ou la « Matriculation ». Depuis longtemps de nombreuses écoles avaient entrepris ces études, les élèves allant généralement ensuite à l'Université; mais pour des raisons surtout financières, beaucoup ne pouvaient pas les suivre, bien qu'ils en fussent également désireux et dignes. L'encouragement donné a porté ses fruits; en mathématiques, comme dans la plupart des autres sujets, ces études supérieures ont pris beaucoup plus d'importance. Normalement les élèves choisissent deux ou trois

sujets principaux, les mathématiques naturellement, puis la physique ou la chimie, et quelquefois toutes deux; un examen correspondant, nommé Deuxième examen, a été institué.

En mathématiques son programme est encore quelque peu obscur; ce qui est naturel, si l'on tient compte de l'époque récente de sa création. Les écoles ont dû faire d'abord pour le mieux et ont souvent choisi les mathématiques pures; et non la mécanique; cette séparation est probablement imputable au fait que de nombreuses Universités anglaises regardent les mathématiques pures et les mathématiques appliquées comme deux sujets distincts, dont le choix est laissé aux étudiants. Quand les conditions du Second examen le permettent (il y a huit corps indépendants d'examineurs qui ont chacun leur propre règlement) cette distinction tend à persister, malgré la possibilité de combiner des parties plus restreintes des mathématiques pures et des mathématiques appliquées en un même programme. Cette combinaison serait facilitée si la mécanique faisait partie du programme normal des mathématiques, mais cela est encore rare, et autant qu'on en peut juger à présent, il est probable qu'elle sera devancée par le calcul différentiel. Il est donc probable que les programmes des études supérieures se développeront indépendamment à mesure que l'enseignement à ce niveau se mettra au point.

Il est inutile de donner les programmes des cours supérieurs. Ils représentent plus ou moins ce que de bons élèves peuvent accomplir en deux années lorsqu'ils étudient les mathématiques comme l'un des deux ou trois sujets principaux auxquels ils donnent la plus grande partie de leur temps. Ils comprennent naturellement des parties importantes des principales branches des mathématiques. Le seul fait à signaler ici, c'est le grand nombre d'élèves qui suivent actuellement ces cours, et avec profit; il est encore trop tôt pour en donner les résultats complets.

V. DERNIER FAIT NOUVEAU IMPORTANT.

Accroissement du travail des bons élèves. — Il reste à signaler un dernier fait nouveau, petit d'apparence, mais gros de conséquences. Des élèves bien doués pour les mathématiques, naturellement assez rares, ne trouvent pas ce qui leur convient dans un cours où plusieurs disciplines sont étudiées en même temps que les mathématiques. Il leur faut un enseignement plus intensif, et ils le méritent; on l'a reconnu et on a pris des mesures pour répondre à ce besoin. Il n'y a donc pas à craindre que les aptitudes particulières soient négligées dans l'organisation de l'enseignement supérieur dont on vient de parler; cette sauvegarde est même une preuve de plus de l'activité des professeurs de mathématiques.

VI. RÉSUMÉ.

Progress général. — Bien que ce rapport ait été limité aux écoles secondaires subventionnées par l'Etat, il ne faut pas considérer que dans les autres écoles secondaires, et notamment dans les « Public Schools », il n'a pas été fait de progrès semblables. C'est tout le contraire. Le progrès a été le même partout, mais il a été plus facile à décrire comme nous l'avons fait, puisque, comme il a été dit au début, il résultait en grande partie de l'organisation de l'enseignement public.

Ecoles centrales. — Jusqu'à ces dernières années on avait peu enseigné de mathématiques en Angleterre dans les écoles non secondaires (le terme secondaire désignant toute école gardant normalement ses élèves jusqu'à seize ans). Il y a néanmoins un grand nombre d'élèves, garçons et jeunes filles, dans les écoles élémentaires publiques, gratuites ou subventionnées par l'Etat, qui ne sont ni capables ni désireux de passer dans une école secondaire, mais que la loi oblige à rester à l'école jusqu'à quatorze ans au moins. Beaucoup d'entre eux y recevaient un enseignement plus ou moins convenable de langue française, de mathématiques et de sciences. Dans certains des districts les plus étendus on a rassemblé les adolescents en des « écoles centrales » où ils reçoivent un enseignement pendant trois ou quatre ans jusqu'à l'âge de quinze ans.

Ainsi s'est posé un nouveau problème, celui de pourvoir à partir de onze ans aux besoins d'élèves, garçons et jeunes filles, qui ne manquent pas de connaissances ni d'aptitudes, mais qui ne suivent pas les cours d'une école secondaire, peut-être parce que leurs parents ne désirent pas qu'ils restent à l'école jusqu'à seize ans et pensent que l'éducation ne les mènerait pas à une situation plus lucrative. Il ne faut pas croire que ces élèves soient nécessairement moins doués que ceux qui entrent dans une école secondaire; sans doute c'est le cas pour beaucoup, mais cependant dans les grandes villes c'est souvent la volonté seule des parents qui empêche des élèves véritablement doués de faire des études secondaires.

Ecoles modernes. — On a voulu répondre à cet état de fait en créant un nouveau type d'école pour lequel on a suggéré le terme d'« Ecole moderne. Ceux qui seront chargés de ces écoles seront contraints d'établir un programme nouveau, et c'est là pour les professeurs de mathématiques un problème pressant. Que peut-on et que doit-on enseigner à des élèves dans une période de deux ou trois ans pour leur permettre de gagner leur vie à quinze ans ? Comme il est naturel, beaucoup de ceux qui ont déjà envisagé ce problème, par exemple dans les Ecoles centrales, ont eu recours à l'exemple facile que

consiste à enseigner le plus possible du programme des écoles secondaires. Mais cela doit nécessairement mener à un échec intellectuel, car élèves et professeurs n'ont ainsi affaire qu'à un sujet tronqué et incomplet.

Conséquences des Etudes supérieures en mathématiques. — Nous avons employé le mot « incomplet » non pas à la légère, mais avec une intention précise. On a déjà parlé du développement des études supérieures dans les écoles secondaires. Mais on a remis volontairement à plus tard de mentionner l'une de leurs conséquences les plus importantes. La réaction sur les études et l'enseignement dans l'ensemble de l'école, et non seulement dans les grandes classes a été très grande. En mathématiques au moins le professeur ne peut être vraiment compétent que s'il a une connaissance du sujet beaucoup plus grande que celle du programme qu'il enseigne. Par exemple les connaissances des propriétés des fonctions, et des notions du calcul différentiel sont indispensables pour traiter d'une façon complète les courbes, quelque élémentaire que soit leur étude. Dans la plupart des écoles secondaires les études mathématiques sont maintenant dirigées par des professeurs qui eux mêmes, parfois en collaboration avec des collègues, poursuivent des études supérieures de diverses sortes. L'enseignement élémentaire est devenu ainsi plus savant et c'est à cela qu'est due une grande partie du progrès dans l'enseignement que nous avons signalé, du moins pour les mathématiques. Une école secondaire où n'existent pas ces études supérieures ne peut plus être regardée comme complète, et son enseignement mathématique ne peut pas donner son plein rendement.

Problèmes actuels. — Il ne peut pas y avoir le même stimulant ni la même inspiration dans une école centrale ou une école moderne, parce que la vie scolaire se termine trop tôt. C'est aux mathématiciens eux mêmes à trouver la solution convenable qui doit être presque inévitablement dans la liaison intime entre les principes et l'étude théorique des mathématiques d'une part et d'autres part les questions que posent les sciences, l'industrie, le commerce et la vie sociale. Il semble qu'il n'y ait pas de raison pour que les élèves de cet âge, garçons et filles, n'acquiescent pas la capacité et l'habitude de penser mathématiquement en toute occasion appropriée; à coup sûr certains professeurs se rendent compte que c'est le besoin le plus pressant des écoles modernes et ils tentent d'y faire face. Nous pensons à ce propos à la méthode connue sous le nom de Mathématiques pratiques, qui a tant fait, il y a trente ans, pour l'enseignement en Angleterre. Mais pour les élèves de cet âge la systématisation et l'accroissement des programmes seraient regardés comme nécessaires par la plupart des professeurs de cette discipline.

Il est évident que le problème n'est pas de solution facile, ne serait ce

que par la nécessité de briser assez complètement avec la tradition. Les professeurs de la génération actuelle, handicapés par leurs traditions, n'arriveront peut-être pas à trouver le début d'une solution; mais ils ont certainement conscience du besoin qui s'impose et les discussions et les expériences des quelques années qui vont venir constitueront sans doute un chapitre intéressant dans l'histoire de l'enseignement des mathématiques.

HOLLANDE

Par le Dr D. J. E. SCHREK (Utrecht)

INTRODUCTION.

L'idée de la sous-commission américaine de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique d'étudier les changements survenus dans l'enseignement mathématique des divers pays depuis 1910 a été des plus heureuses. En effet, des modifications plus ou moins importantes ont eu lieu presque partout. Je tâcherai d'esquisser en quelques pages l'état actuel en Hollande, ce qui est d'autant plus urgent que le rapport de la sous-commission hollandaise¹ est aujourd'hui tout à fait suranné. Il en est de même de quelques publications américaines en tant qu'elles concernent la Hollande. Une description plus récente a été insérée dans la revue américaine *Mathematics Teacher*².

I. ORGANISATION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT.

Afin de se rendre compte du rôle des mathématiques dans l'enseignement des Pays-Bas, on fera bien d'étudier d'abord un peu les différents types d'écoles de ce pays. L'*enseignement primaire*, destiné aux enfants de 6 à 12 ans et obligatoire, se donne aux « *Laagere Scholen* » (écoles primaires), qui ont 6 ou 7 classes. Parfois, une série de trois ou quatre classes supplémentaires est attachée à une école primaire, l'ensemble constituant une école primaire supérieure, où les mathématiques et les langues vivantes sont enseignées. Ces écoles, dont la fréquentation n'est pas obligatoire, sont elles aussi considérées comme élémentaires.

¹ Rapport sur l'Enseignement mathématique dans les Pays-Bas, publié par la sous-commission nationale de la C. I. de l'E. M. Delt. Walman, 1911.

² D. J. E. Schrek, The teaching of secondary mathematics in Holland. *Mathematics Teacher*, vol. XIX (1926), pp. 329-342.

Les écoles secondaires comprennent deux types principaux assez différents: les gymnases et les écoles nommées « *Hooogere Burgerschoolen* », ordinairement indiquées comme « *H. B. S.* ». Ce nom, qui signifie littéralement: « école supérieure à l'usage des citoyens », date de 1863, l'an où le Ministre THORNBECKE créa l'enseignement secondaire moderne des Pays-Bas.

Les gymnases (cours de six années) sont les établissements de l'enseignement classique, les langues classiques y jouant un rôle important. Les deux classes supérieures sont divisées en deux sections, la section A, où les études greco-latines et historiques prédominent et la section B, où prévalent les sciences exactes et naturelles. Le H. B. S. a ordinairement un cours de cinq années, l'enseignement y est moderne et ne comprend ni le latin, ni le grec. D'autre part, les langues vivantes et les sciences exactes et naturelles y sont sérieusement étudiées. Les H. B. S. d'un cours de trois années, autrefois nombreux dans les petites villes de province, ont été transformés pour la plupart en établissements complets et ne se trouvent actuellement que dans quelques grandes villes. Dans ce cas, on les a souvent complétés en y attachant des classes supplémentaires, où les sciences commerciales sont enseignées. C'est de ces écoles qu'un type nouveau de H. B. S. a pris son origine, la H. B. S. A. ou H. B. S. « *littéraire-économique* », type récent et pas encore tout à fait stable. Ces écoles aussi ont un cours de cinq années, comme la H. B. S. B., le type ancien, la H. B. S. « *mathématique* » de THORNBECKE. Les H. B. S. A et B existent soit séparées, soit combinées dans un même établissement.

Il faut remarquer qu'une école avec latin et sans grec, que l'on pourrait comparer au *Realgymnasium* en Allemagne ou à la section A des lycées et collèges français, n'existe pas en Hollande jusqu'ici. En général, les écoles sont coéducatives, toutefois, il existe des écoles réservées aux jeunes filles.

Quant au but que se propose l'enseignement, celui des gymnases est et a toujours été la préparation aux universités et académies. Les H. B. S., au contraire, étaient au début, d'après les paroles du fondateur THORNBECKE lui-même, destinées à tous ceux qui, ayant parcouru l'école primaire, veulent acquérir les connaissances plus étendues et la culture générale qu'exigent les divers emplois de la société. Cet enseignement moderne cependant a prouvé être aussi une bonne préparation aux études techniques, scientifiques et médicales, de sorte que le diplôme de fin d'études de la H. B. S. autorise le porteur à se présenter aux examens universitaires correspondants.

Celui qui étudie le système scolaire hollandais ne manquera pas d'y rencontrer le terme « *lycée* ». Qu'est-ce que c'est qu'un lycée? Tout d'abord: le mot n'a ni la signification française, ni celle que les Allemands y ajoutent en désignant par lui une école secondaire pour jeunes filles. Le lycée hollandais n'est qu'une combinaison d'un gymnase et d'une H. B. S., les horaires étant modifiés de telle manière

que les deux classes inférieures sont en commun. On pourrait donc les comparer aux Reformanstalten allemands. Remarquons encore que la loi *permet* seulement cette combinaison, mais ne la prescrit pas. En effet, une réorganisation définitive de l'enseignement secondaire en Hollande reste encore en plan.

La Hollande possède trois universités de l'Etat (à Leyde, Utrecht et Groningue), une université communale (à Amsterdam) et deux universités libres (une protestante à Amsterdam et une catholique romaine à Nimègue). En général, une université a cinq facultés (théologie, droit, lettres, médecine et sciences); en outre, quelques universités ont une sixième faculté (médecine vétérinaire à Utrecht, études commerciales à l'université communale d'Amsterdam), tandis qu'aux universités libres manquent les facultés de médecine et de sciences. L'académie technique est à Delft, celle d'agriculture et d'horticulture à Wageningen et, enfin, Rotterdam et Tilburg sont le siège d'une académie de commerce.

II. L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE CONTEMPORAIN.

Dans ce deuxième chapitre je traiterai le sujet proprement dit de cet article, l'enseignement mathématique depuis 1910, en m'étendant un peu sur l'enseignement secondaire. Sur ce dernier, le but principal de ma contribution, un troisième chapitre entrera encore plus en détails.

1. *Enseignement primaire.* — D'après les renseignements, qu'on a bien voulu me donner, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (c'est-à-dire de l'arithmétique) n'a pas changé depuis 1910, ni au point de vue méthodologique, ni en matière. On ne peut mentionner que quelques modifications, d'ailleurs sans importance, dans l'examen final de l'école primaire supérieure.

2. *Enseignement secondaire.* — Beaucoup plus importants sont les changements survenus dans l'enseignement mathématique des écoles secondaires. Quant aux gymnases, jusqu'en 1919 l'Arrêté Royal de 1887 y était en vigueur; depuis un nouvel Arrêté a modifié les programmes. Afin de montrer plus clairement les différences je laisse suivre les programmes de 1887 et de 1919, l'un à côté de l'autre:

Cours ancien.

Arithmétique et algèbre: Dans les quatre classes inférieures, opérations sur les nombres et les expressions algébriques entières et fractionnaires, divisibilité des nombres, le *système métrique*, proportions, équations du

Cours actuel.

Arithmétique et algèbre: Dans les quatre classes inférieures, opérations sur les nombres et les expressions algébriques entières et fractionnaires, divisibilité des nombres, proportions, équations du premier degré

premier degré à une ou plusieurs inconnues, radicaux, exposants fractionnaires et négatifs. Dans les deux classes supérieures les équations du second degré et récapiatulation des radicaux et des exposants fractionnaires et négatifs.

Géométrie: Dans les quatre classes inférieures la géométrie plane, dans les classes supérieures la géométrie dans l'espace.

En outre, dans chacune des classes supérieures de la section B il y aura trois heures supplémentaires, destinées à l'étude des progressions arithmétiques et géométriques, les logarithmes, les *équations indéterminées du premier degré*, la trigonométrie plane et sphérique et les *éléments de la théorie des coordonnées*. Récapiatulation.

à une ou plusieurs inconnues, radicaux, exposants fractionnaires et négatifs, la *résolution d'équations simples du second degré*, le *calcul logarithmique*, la *représentation graphique*. Dans les deux classes supérieures une étude plus détaillée des équations du second degré, récapiatulation de l'algèbre.

Géométrie: Dans les quatre classes inférieures la géométrie plane, ainsi que les *éléments les plus simples de la trigonométrie*, dans les classes supérieures la géométrie dans l'espace et récapiatulation de la géométrie plane. En outre, dans les classes supérieures de la section B il y aura des heures supplémentaires, destinées à l'étude des progressions arithmétiques et géométriques, les logarithmes, la trigonométrie plane, la *géométrie analytique jusqu'aux coniques inclusivement*, les *éléments du calcul infinitésimal*. Récapiatulation et application.

Il faut remarquer que les professeurs ont le droit de traiter des questions hors de ces programmes, si les circonstances sont favorables. Ainsi, on enseignera, par exemple, la formule du binôme, la résolution de l'équation du troisième degré, représentation géométrique des nombres complexes et la formule de Moivre, équations binômes, géométrie récente.

Quant aux H.B.S., le cas est différent. Au début, la matière n'était pas du tout indiquée dans les programmes officiels; elle n'était déterminée que par l'usage et par les exigences de l'examen final. C'était l'Arrêté Royal de 1920 qui le premier a prescrit les détails:

Classe I.

Arithmétique: Propriétés des opérations. Divisibilité. Plus Grand Commun Diviseur et Plus Petit Commun Multiple. Fractions ordinaires et décimales. Problèmes. Proportions.

Algèbre: Opérations sur les monomes et les polynomes. Identités remarquables. Décomposition en facteurs. Equations du premier degré à une inconnue.

Géométrie: Eléments, jusqu'aux lignes proportionnelles.

Classe II.

Arithmétique: Proportions (suite). Extraction de la racine carrée. Notions élémentaires sur les approximations.

Algèbre: Cas simples du P.G.C.D. et du P.P.C.M. Expressions fraction-

naires. Equations du premier degré (suite); de même à plusieurs inconnues. Radicaux (le professeur ne traitera que les réductions, qui s'appliquent à la géométrie).

Géométrie: Jusqu'au cercle.

Classe III.

Arithmétique et algèbre: Exposants fractionnaires et négatifs. Logarithmes. Progressions. Intérêts composés. Equations du second degré (y compris quelques-unes de degré supérieur, qui s'y rapportent) à une et plusieurs inconnues. Représentation graphique.

Trigonométrie: Les fonctions trigonométriques d'un seul angle.

Géométrie: Suite et conclusion de la géométrie plane.

Classe IV.

Algèbre: Equations logarithmiques et exponentielles. Récapitulation.

Trigonométrie: Suite.

Géométrie: Géométrie dans l'espace jusqu'aux corps ronds. Introduction à la géométrie descriptive.

Classe V.

Algèbre: Récapitulation.

Trigonométrie: Suite. Quelques équations trigonométriques simples.

Récapitulation.

Géométrie: Géométrie dans l'espace (suite). Géométrie descriptive jusqu'à la sphère. Récapitulation.

Les modifications les plus remarquables sont les suivantes: la géométrie plane n'est plus enseignée dans les classes supérieures et à l'examen final on ne posera pas de questions sur cette matière. En algèbre, on laissera de côté les équations indéterminées, ainsi que les équations trigonométriques compliquées. La représentation graphique sera enseignée, mais des indications plus précises manquent. Le professeur sera libre, comme aux gymnases, de traiter d'autres matières, s'il y a lieu, ce qui, en effet, se fait souvent.

3. *Enseignement universitaire*. — Quoiqu'une réforme assez radicale des études et des examens universitaires ait eu lieu en 1921, l'enseignement mathématique n'a pas subi de changements importants. Chaque professeur de faculté est nommé pour certaines branches, indiquées par la loi. Mais comme il lui est naturellement permis de concevoir ses leçons selon ses propres idées, il arrivera, souvent, qu'un nouveau titulaire modifie l'enseignement de son prédécesseur. C'est ainsi que, par exemple, la théorie des nombres, l'étude des nombres irrationnels, la théorie des ensembles et l'histoire des mathématiques ont trouvé une place dans l'enseignement supérieur. A l'Académie technique de Delft, quelques changements ont eu lieu: au premier examen des futurs ingénieurs on n'exige plus des études aussi profondes qu'autrefois, particulièrement en ce qui concerne la géométrie analytique et la géométrie descriptive. Des exercices pratiques y ont été institués pour la géométrie analytique et l'analyse, comme ceux qui existaient déjà pour la géométrie descriptive. A l'Académie d'agriculture de

Wageningen, les mathématiques ont obtenu une place d'une certaine importance. Déjà en 1913 un professeur a été institué et, depuis 1918 (lorsque l'ancienne école d'agriculture fut transformée en Académie), le rôle des mathématiques a encore grandi. Pour tous les étudiants, l'étude des éléments de la géométrie analytique et de l'analyse sont obligatoires. A l'usage des candidats des cours spéciaux et facultatifs sur le calcul des probabilités et la statistique mathématique ont été institués. En outre, les futurs arpenteurs, dont la préparation se fait aussi à cette académie, doivent suivre des cours de géométrie analytique dans l'espace, géométrie descriptive, trigonométrie sphérique, méthode des moindres carrés, etc.

III. INFLUENCE DES TENDANCES MODERNES EN HOLLANDE.
MANUELS SCOLAIRES. JOURNAUX. GROUPEMENTS DE PROFESSEURS.

Tout ce qui a été dit jusqu'ici ne donne pas encore une idée nette de l'état actuel de l'enseignement mathématique dans les Pays-Bas: la question se posera au lecteur: à quel degré les tendances nouvelles ont-elles influé sur cet enseignement? En particulier, le mouvement réformiste qui, en environ 1900, prit en même temps naissance en France et en Allemagne, ce mouvement, qui rappellera à jamais le nom du célèbre Félix KLEIN, a-t-il profondément modifié notre enseignement mathématique? L'œuvre de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique, fondée à Rome en 1908, sur la proposition du professeur D. E. SMITH, a-t-elle été bien connue et étudiée en Hollande?

A toutes ces questions, on ne peut, hélas, que répondre négativement. Toutes ces tendances n'ont pas attiré ici l'attention qu'elles méritaient. Certes, il y en avait parmi les professeurs hollandais, qui étaient au courant; je n'ai à mentionner que les noms de MM. VAS et CIRLOT qui, en 1903, préconisaient l'introduction des éléments du calcul infinitésimal dans l'enseignement secondaire. Mais la résistance était très grande et les changements, que l'enseignement mathématique a subis, ont été accomplis en majeure partie indépendamment des pays étrangers et plus tard que là.

Considérons d'abord la *notion de fonction* et la *représentation graphique*. Au début, on n'a étudié que les fonctions linéaires et quadratiques, plus tard aussi d'autres fonctions, comme

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = \frac{1}{x^2}, \quad y = \frac{ax + b}{cx + d}, \quad y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e},$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$$

ainsi que les fonctions logarithmiques et exponentielles. Cela se

rapporte surtout aux gymnases, où l'enseignement mathématique est en général plus moderne que dans les H.B.S.

Le calcul infinitésimal a été introduit aux gymnases par l'Arrêté Royal de 1919, seulement pour la section B. Cette branche des mathématiques n'appartenant pas aux études sur lesquelles s'étend l'examen final, le professeur est tout à fait libre dans ce qu'il veut traiter. Mais chaque professeur enseignera la notion de dérivée, sa signification géométrique, la dérivée de x^m (m entier et positif), d'une somme, d'un produit, d'un quotient, des fonctions trigonométriques et la recherche des maxima et minima. A l'H.B.S. ces études ne se font pas, sauf, peut-être, en mécanique, où les notions de vitesse et d'accélération sont éclaircies par des considérations infinitésimales.

La géométrie intuitive. — La méthode très répandue en Allemagne et en divers autres pays, de faire précéder l'étude strictement logique de la géométrie de considérations empiriques ou expérimentales n'est pas en vogue en Hollande. Ce ne sont que quelques professeurs qui la préconisent.

L'intérêt que prennent les professeurs hollandais à l'histoire des mathématiques, au contraire, est croissant de nos jours. A l'instar des auteurs allemands, les auteurs de livres scolaires en Hollande commentent à y insérer des notices historiques et biographiques, voire des spécimens et des extraits d'œuvres classiques.

En divers pays, on n'enseigne pas seulement les mathématiques pures, mais on a aussi regard aux applications; on est d'avis que les mathématiques ne sont pas seulement précieuses pour la formation de l'esprit, mais qu'elles ont aussi une grande valeur pratique et réelle. En Allemagne, par exemple, les élèves font des exercices simples d'arpentage; ils se servent de la règle à calcul. Autant que je sache, cela se fait nulle part en Hollande.

Il va de soi qu'une énumération, même succincte, des manuels scolaires hollandais, qui concernent les mathématiques, est impossible, tant leur nombre est grand. Le lecteur, désireux d'apprendre les titres des principaux, ainsi qu'une brève description, pourra consulter une liste dans l'ouvrage bien connu de W. LIETZMANN¹. Les manuels de DERKSEN et DE LAIVE² sont encore fréquemment usités, ainsi que ceux de VAN THURN³. Toute une série d'ouvrages a été publiée par P. WIDENNES⁴; ces ouvrages, actuellement fort répandus, ont les premiers introduit les notions de fonction et de représentation graphique dans l'enseignement scolaire. Un joli livre, évidemment écrit à l'instar de celui de T. PERCY NUNN (the Teaching of Algebra) et

constituant une introduction au calcul infinitésimal est: « Fonctions », par DROSER et DE GROOR¹. Mentionnons encore deux manuels récents et tout à fait modernes sur l'algèbre: YTREMA, DREWEIS et BLOTEN, « Algebra » et DE GROOR et DE JONG, « Leerboek der Algebra », tous les deux parus chez Wolters à Groningue, ainsi que deux sur la géométrie plane, parus chez Wolters à Groningue: HAALMEYER, « Leerboek der Vlakke Meetkunde », et J. H. SCHOOR, « Beginselen der Vlakke Meetkunde ». Le dernier, quoi qu'il ait soulevé de graves objections, est une tentative remarquable; l'auteur se propose d'atteindre dans ses démonstrations le plus grand degré possible de rigueur et d'exprimer tous les axiomes, sur lesquels il base ses raisonnements.

Parmi les sociétés mathématiques des Pays-Bas, il faut nommer en premier lieu la Société mathématique d'Amsterdam², qui représente, la Hollande dans le monde scientifique et publie quelques périodiques qui sont à juste titre renommés à l'étranger: le *Nieuw Archief voor Wetkunde*, qui contient des contributions en diverses langues, la *Revue semestrielle des Publications mathématiques* (en français) et les *Wiskundige Opgeeven* (c'est-à-dire Problèmes mathématiques). Toutefois, la société ne faisait que peu d'attention à l'enseignement mathématique et aux questions de méthodologie, on trouve parmi ses membres assez peu de professeurs. Les professeurs de mathématiques aux gymnases ont un groupement à part³; de même leurs collègues aux H.B.S. ont leur union⁴. Les deux groupements collaborent à maints égards en organisant, par exemple, des réunions et des cours.

Les principaux journaux mathématiques de Hollande sont, à part ceux de la Société Mathématique d'Amsterdam, *Christiaan Huygens*, qui regarde les mathématiques supérieures et le *Nieuw Tijdschrift voor Wetkunde*, qui s'occupe aussi des mathématiques élémentaires. Une revue spéciale, d'abord parue comme *Bijvoegsel* (c'est-à-dire Supplément) du *Nieuw Tijdschrift*, actuellement journal indépendant sous le nom d'*Euclides*, est consacrée aux questions didactiques⁵.

Cet article serait assez incomplet si je ne bornerais à décrire l'état de notre enseignement tel qu'il est, sans faire mention d'une tentative spéciale à réorganiser l'enseignement mathématique aux H.B.S. Le programme de cet enseignement, en effet, n'est pas du tout moderne, les problèmes posés à l'examen final en font preuve chaque année et les professeurs progressistes eux-mêmes le regrettent. A la fin de 1925, une commission semi-officielle de quatre personnes a été instituée, chargée d'étudier l'enseignement mathématique aux H.B.S. et de faire des propositions, tendant à une réforme future. Cette commission,

¹ W. LIETZMANN, *Methoden der mathematischen Unterrichts*, vol. I, pp. 334-339. Voir aussi: W. LIETZMANN, *Einige neuere mathematische Schulbücher aus Holland*. *Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterr.*, vol. 56 (1925), pp. 47-49.

² REVUS par DERKSEN et VAN DEN HEUVEL RIJNDERS. Zutphen. Thème éditeur.

³ Groningue. Wolters éditeur.

⁴ Groningue. Noordhoff éditeur.

¹ Groningue. Wolters éditeur.

² Secrétariat: Dr P. J. L. DE CHATELLEUX, Heerenrugt 475, Amsterdam (C.).

³ Secrétariat: M^{lle} D^{re} A. T. M. KAMER, Anna van Saksenstrat 9, La Haye.

⁴ Secrétariat: J. H. SCHOOR, Frans van Meirstrat 119, Amsterdam (Z.).

⁵ Editeur de tous les trois: Noordhoff à Groningue. Pour le secrétariat des réductions s'adresser à M. P. WIDENNES, Jac. Oudekatsstraat 88, Amsterdam (Z.).

ordinairement appelée la « Commission-Beth », d'après son président, le Dr H. J. E. BETH, a fait paraître quelques rapports importants¹. Elle désire que les problèmes numériques compliqués, surtout ceux sur les équations logarithmiques et exponentielles, soient supprimés, que la notion de fonction soit le centre de l'enseignement de l'algèbre et que cet enseignement aboutisse aux éléments du calcul infinitésimal. Dans la géométrie plane, elle réclame un traitement élémentaire des sections coniques, suivant la méthode synthétique; plus tard, l'élève étudiera de nouveau dans l'espace ces courbes en appliquant les sphères de Dandelin. En ce qui concerne le cours introductif de géométrie intuitive, la commission ne s'exprime pas d'une façon très claire en recommandant « la méthode d'Euclide modérée ». En général, les modifications proposées par la Commission sont celles qu'a préconisées le mouvement reformiste; à plus forte raison, on est frappé par le fait que la Commission rejette les applications pratiques.

C'est aussi la préparation des futurs professeurs que la Commission-Beth a cru devoir étudier. Cette préparation se fait à l'université, mais la faculté est aussi acquise par des examens spéciaux, institués par l'Etat. Ces deux voies, qui aboutissent toutes les deux au professorat, ont leurs défauts particuliers: on peut en être d'accord tout en admettant le haut niveau des études universitaires en Hollande. C'est en particulier le Dr E. J. DIJKSTRA, le secrétaire de la Commission, professeur lui-même et savant de mérite, qui a étudié à fond cette question. Il réclame non seulement que l'université, observant l'emploi futur des professeurs, se charge d'une préparation didactique et qu'elle enseigne les mathématiques élémentaires « d'un point de vue plus élevé », comme l'a exprimé jadis Félix KLEIN, mais aussi qu'elle mette aux études une base philosophique et historique.

Utrecht (Hollande), août 1929.

¹ Ces rapports ont été insérés au vol. 2 (1925-1926) du Supplement du *Nieuw Tijdschrift voor Wetenschap* (voir plus haut), p. 81, 113 et 146; ils sont aussi séparément en vente chez l'éditeur, P. Noordhoff à Groningue. Pour plus de détails le lecteur pourra consulter: D. J. E. SCHAEK, *Reformbestrijdingen im mathematischen Unterricht an den holländischen Realanstalten*, *Zeitschr. f. math. u. naturw. Unterricht*, vol. 57 (1926), pp. 364-384.

XXIX^e Année. 1930. — Nos 1-2-3.

Hommage de l'auteur.
Paris en août 1930

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE
REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1889, par G.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRIGÉE PAR

H. FEHR

Docteur en sciences
Professeur à l'Université
de Genève.

A. BUHL

Docteur en sciences
Professeur à l'Université
de Fribourg.

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique
dans les principaux pays depuis 1910 (suite):
Autriche, par Conrad FALK
Etats-Unis d'Amérique, par W. D. REEVE
Japon, par YAYOTARO

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & C^e, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & C^e, ÉDITEURS

1930

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite)¹

AUTRICHE

Par M. Konrad FALK, (Musée pédagogique, Vienne).

Introduction. — Cette étude sur l'enseignement mathématique en Autriche comprend deux parties distinctes; l'une se rapporte à l'enseignement mathématique dans les écoles populaires, primaires, secondaires et professionnelles, l'autre à l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.

En Autriche, dans les petites communes rurales, les écoles populaires (*Volksschulen*) sont des établissements à deux, trois, quatre, cinq ou six classes, fréquentés par des élèves âgés de six à quatorze ans. Dans les villes, par contre, l'école populaire n'est ouverte qu'aux enfants âgés de six à dix ans, qui se rendent ensuite soit dans une « école principale » (*Hauptschule*, 11 à 14 ans) soit dans une école « moyenne » (*Realschule, Gymnasium*), où ils obtiendront, à dix huit ans, le certificat de baccalauréat. Tous les élèves — jeunes gens et jeunes filles — qui se proposent d'apprendre un métier ou qui désirent se vouer à une profession (artisanat, commerce, industrie) sont obligés de fréquenter les cours de perfectionnement (*Fortbildungsschule*), qui comprennent un cycle de deux, trois ou quatre ans d'études, selon le métier ou la profession choisis (par exemple trois ans pour les mécaniciens, quatre ans pour les coiffeurs, deux ans pour les couturiers). L'horaire de la « Fortbildungsschule » comporte de huit à douze heures hebdomadaires.

¹ Voir dans *Zns. math.*, 28^{me} année, 1929, 1^{er} fascicule, p. 5-27, les articles consacrés à la France, à l'Italie et à la Suisse; 2^{me} fascicule, p. 258-286; Allemagne, Angleterre, Hollande.

I. ÉCOLES POPULAIRES, ÉCOLES PRINCIPALES,
COURS DE PERFECTIONNEMENT.

Avant 1920. — Jusqu'en 1920 — date des premières réformes — l'enseignement du calcul à l'école populaire était autant que possible systématique. On étudiait les quatre opérations fondamentales, et on les appliquait à un groupe de nombres de plus en plus étendu, selon le schéma suivant:

en 1 ^{re} année:	les nombres de 1 à 20	les 4 opérations fondamentales;
en 2 ^{me} année:	» » 1 à 100	id. et les fractions les plus simples;
en 3 ^{me} année:	» » 1 à 1000	opérations sur des nombres entiers, décimaux ou fractions;
en 4 ^{me} année:	les nombres de 1 à 1.000.000	id.

Dans toutes les classes on faisait de nombreuses applications. Le principal manuel en usage était celui de Krauss und Haberndl, d'après Młodnick; il était divisé en quatre fascicules, avec des éditions en italien, en tchèque et en polonais. En consultant ce manuel, on pourrait y puiser d'amples renseignements sur les procédés employés. L'enseignement de la géométrie commençait dès la troisième année scolaire et était aussi systématique dès le début. Partant des droites et des angles, on étudiait les aires, puis les volumes; c'est ce que l'on appelait l'« étude des formes géométriques » (geom. Formenlehre).

Depuis 1920. — La dernière réforme de l'enseignement du calcul fut la conséquence logique des progrès réalisés vers la fin du siècle dernier en psychologie, et tout particulièrement dans la connaissance de l'enfant. L'étude des quatre opérations fondamentales doit partir de l'expérience de l'enfant, de la facilité qu'il a à compter et du plaisir qu'il y trouve. La vie scolaire devant différer le moins possible de la vie propre de l'enfant, les premières leçons emprunteront tout naturellement leur matière à ses jeux, à ce qui le touche de plus près. Plus tard, au fur et à mesure que le développement de l'enfant s'accroît, on choisira des problèmes se rapportant à son entourage immédiat, à son village, à sa patrie.

La réalisation de ce nouveau programme est facilitée par l'application de plus en plus généralisée de la méthode des centres d'intérêt (Gesamtmterricht), qui consiste à tirer d'un même sujet une foule d'exercices de conversation, de lecture, de rédaction, de grammaire, de dessin, de calcul, de géométrie, de telle sorte qu'un horaire de leçons fixé d'avance n'a plus sa raison d'être à l'école populaire, du moins dans les quatre classes inférieures. Cette méthode permet au maître, bien mieux que l'ancien enseignement systématique, de tenir compte des goûts et des aspirations de l'enfant, et d'en tirer

les problèmes d'arithmétique et de géométrie convenant à son âge et à son développement. Elle offre, grâce aux tableaux nombreux et variés de la vie de l'enfant, une abondante matière se prêtant à un enseignement vivant et intéressant, et elle garantit dans chaque classe une unité parfaite entre les différentes disciplines. Pour s'en faire une idée, le lecteur consultera avec profit les manuels en usage. Voici quelques exemples choisis au hasard:

En 2^{me} classe. — Sujet (centre d'intérêt): La première neige. Lecture: ... la rue blanche. Géométrie, ou plutôt « conception de l'espace »: la boule de neige, la sphère; bataille de neige; les multiples de 5 et de 10.

En 3^{me} classe. — Sujet: le ciel et le temps qu'il fait. On regarde, le soir, par la fenêtre: la vitre, le dm²; découper des dm² en papier, mesurer des aires (banc, table) en appliquant des unités d'aire en papier (aire du rectangle).

En 4^{me} classe. — Sujet: Un voyage à Wachau (vallée du Danube). Calcul: lecture d'horaires, dépenses de voyage. Calculs se rapportant à la culture de la vigne; enseignement anthropologique. Multiplication et division par des nombres de 2 chiffres.

Ces exemples donnent une idée de la façon dont est conçu l'enseignement mathématique à l'école populaire.

Mentionnons encore les différences caractéristiques existant entre ces nouveaux programmes et les anciens.

Les fractions ne font leur apparition qu'en troisième classe et encore, on se limite aux plus simples: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$. En quatrième classe, on

étudie $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{7}$. Les opérations sur les fractions sont enseignées dans l'ordre suivant: division, puis multiplication (par des nombres entiers) et seulement ensuite addition et soustraction. Moyens intuitifs: des secteurs de cercles (en papier) et des dessins faits par les élèves.

C'est en quatrième classe seulement qu'on aborde l'étude des nombres décimaux: elle a pour point de départ les inscriptions et notations en usage dans le commerce et l'industrie. On part des centimes (3,25 m., 4,25 m², 4,279, 3,36 S., 4,12 hl.) et on en déduit les dixièmes et les millièmes. On commence chaque problème par une évaluation approximative du résultat probable, puis on fait les opérations, qui doivent le confirmer. Dans les classes supérieures de l'École populaire (10 à 14 ans) et dans les « écoles principales » (Hauptschulen) le programme, ordonné d'une manière plus systématique, est particulièrement riche en centres d'intérêt. (Exemples: le Danube est une voie de communication; km? Addition et soustraction de nombres à trois décimales; débit du Danube, m³; multiplications de nombres à trois décimales). Consulter à ce sujet le projet du nouveau plan d'étude (1928).

Depuis 1920, l'enseignement de la géométrie commence dès la première classe (enfants de 6 ans). La représentation de l'espace est, en effet, plus à la portée des enfants de cet âge que la notion de nombre. L'enseignement de la géométrie en première année s'appelle « Pflege der Raumanschauung », c'est-à-dire, en traduisant littéralement : « développement de la faculté de voir dans l'espace ». Cependant, les leçons de géométrie proprement dites ne figurent au programme qu'à partir de la quatrième année scolaire.

L'enseignement du calcul et de la géométrie dans la « Fortbildungsschule » — cours de perfectionnement — est adapté aux différents métiers, en ce sens qu'il comprend la résolution de problèmes tirés du domaine professionnel envisagé. Ainsi, les futurs électrotechniciens s'exercent à calculer avec des grands électrolyseurs (problèmes sur le courant à faible tension, installation de lumière, pose de câbles, etc.) Ajoutez à cela des éléments de comptabilité en partie simple et l'établissement de devis, et vous aurez une idée du programme de l'enseignement mathématique professionnel, auquel nous donnons le nom de « gewerblich-kaufmännischer Unterricht ». Le plus souvent, les élèves ont en main un recueil de problèmes se rattachant plus ou moins à leur profession, qui contiennent de vastes problèmes pratiques se décomposant en une foule d'exercices élémentaires. On voit donc qu'à l'école professionnelle l'idée de centre d'intérêt est aussi en honneur. Par exemple : l'apprenti chez lui (coût de la vie) ou la caisse-malade, ou encore : l'alcool est un poison.

Dans toutes les écoles, on cherche à établir les règles et lois de la nature autant que possible par un travail en commun, et par des discussions d'élèves. (Arbeitsgrundsatz). C'est pourquoi les nouveaux manuels d'arithmétique contiennent peu ou point de règles.

II. ÉCOLES « MOYENNES » ET ÉCOLES NORMALES.

En 1910, les écoles secondaires, dites écoles « moyennes » en Autriche, étaient soit des gymnases classiques à 8 classes, soit des écoles réelles à 7 classes, soit des gymnases scientifiques (Realschule) à 8 classes. Les élèves y étaient reçus à 10 ans révolus à la suite d'examen d'admission, et ils en sortaient pour continuer leurs études à l'Université ou à l'École Technique Supérieure. L'enseignement mathématique dans ces écoles était régi depuis 1910 par les ordonnances ministérielles de 1909. La notion de fonction était introduite dans les programmes dès la II^e classe. (Solution et discussion de problèmes élémentaires, étude intuitive des variations de forme et de grandeur, en géométrie.) Dès la IV^e classe, on commençait à discuter les problèmes se ramenant à des équations du 1^{er} degré; en outre, on représentait géométriquement l'équation linéaire et l'on en comparait les solutions graphique et algébrique.

Plus tard, on étudiait de la même manière les équations du 2^e degré, les fonctions exponentielle et logarithmique, ainsi que les fonctions trigonométriques. Dès lors, l'étude du calcul différentiel et intégral ne présentait plus de difficultés insurmontables. On pouvait ainsi exposer et discuter certains chapitres de mathématiques ou de physique avec plus de clarté, et surtout sans avoir recours à des artifices qui en rendaient jusqu'alors la compréhension si difficile.

Le plan d'étude tenait compte, dans ses détails, du développement intellectuel des élèves. Appliquant le principe de la concentration, il assurait une liaison entre l'arithmétique et la géométrie, entre les mathématiques et les autres disciplines. On insistait particulièrement sur les travaux manuels, qui devaient habituer les élèves à se représenter les figures à 3 dimensions.

L'ancienne méthode d'enseignement basée sur un exposé du maître suivi d'exercices et d'épreuves devait être aussi profondément modifiée. Le développement d'un sujet devait être moins un cours qu'une discussion générale, à laquelle tous les élèves prenaient part. Les épreuves n'avaient pour but que de donner au maître une appréciation exacte de la valeur de ses élèves.

La réforme de 1918. — Au moment où l'on était sur le point de recueillir les fruits de la réforme de 1910 débutait, en 1918, le vaste mouvement de réformes dont les conséquences sont encore apparentes aujourd'hui. Parmi les innovations les plus heureuses, mentionnons avant tout la division des écoles moyennes en un cours inférieur, de 4 ans, fréquemment indistinctement par tous les élèves, et un cours supérieur, de 4 ans également, comprenant une division classique, une division langues modernes, une division scientifique, et la « deutsche Oberschule » (avec une seule langue étrangère : l'anglais). Enfin, l'essai tenté par de nombreuses écoles publiques de Vienne d'adopter, pour les élèves âgés de 11 à 14 ans, le plan d'étude allemand constituait un grand pas vers l'unification de l'enseignement.

Le plan d'étude et les méthodes d'enseignement bénéficieraient encore d'autres améliorations. On accentua davantage encore les exigences de 1909. L'étude de l'espace (Anschauung) fut plus approfondie, et l'on chercha à réaliser une meilleure interpénétration de l'algèbre et de la géométrie; on insista davantage aussi sur la notion de fonction. Il est clair que l'enseignement secondaire ne pouvait se soustraire aux réformes mises en honneur dans les écoles populaires. Pour la première fois on parla d'école active (Arbeitsunterricht):

Le maître doit s'abstenir d'enseigner ce que l'élève peut découvrir lui-même par son observation, par son expérience, par son travail manuel. Seules les notions fondamentales (comme l'idée d'un système de référence, la définition d'une fonction trigonométrique, la notion

de dérivée) que l'humanité a mis des siècles à découvrir doivent être exposés par le maître.

Il faut aussi renoncer à donner à l'élève des procédés normaux pour la résolution de problèmes, chaque solution trouvée par l'élève lui-même étant pour lui la meilleure. Une comparaison de toutes les solutions obtenues, au point de vue de leur simplicité, de leur valeur pratique ou du temps employé permet d'approfondir la question et donne une idée de ce que nous pourrions appeler « l'économie du procédé de résolution ». On met les maîtres en garde contre l'emploi trop précocé des notions abstraites, contre l'étude systématique (drill) de règles, et contre l'emploi de définitions en bonne et due forme. L'élève doit, le plus longtemps possible, exercer son activité sur des objets concrets. Il doit observer, mesurer, couper, plier, modeler, dessiner; il pourra ainsi par lui-même découvrir et exprimer en langage courant les lois et théorèmes, qu'il retiendra bien mieux, et qu'il saura appliquer à bon escient.

Basés sur ce principe, les manuels les plus récents sont avant tout des recueils de problèmes se rapportant à l'expérience propre de l'enfant. — C'est à la vie qu'ils empruntent leur matière: nombres, grandeurs et formes géométriques. — La théorie ordonnée systématiquement n'y peut figurer que dans un appendice; très souvent, d'ailleurs, elle en est complètement absente; on estime qu'elle doit être le fruit du travail personnel de l'élève, dirigé ou non par le maître.

Le programme de mathématiques dans les *gymnasien scientifiques* est réparti sur 4 ans (au lieu de 3). Dans les autres écoles « moyennes », on a renoncé à l'étude de la trigonométrie sphérique et on a réduit les programmes de la géométrie analytique et du calcul infinitésimal. Évitant une systématisation précocée, on a renvoyé à la classe supérieure les répétitions générales et les synthèses; là, et là seulement, on peut songer à l'étude des axiomes et à l'élaboration d'un système scientifique rationnel.

Toutes ces réformes ont été réalisées progressivement dans les classes inférieures, de 1920 à 1927, et elles font sentir leurs effets d'année en année dans les classes supérieures. Le succès nous encourage à faire de nouveaux pas en avant. Grâce aux récentes lois scolaires, l'organisation uniforme des écoles « moyennes » inférieures et supérieures était assurée dès 1927 (les IV^e classes des gymnases font exception jusqu'à un certain point). L'école réelle comprend 8 classes. En ce qui concerne les mathématiques, les projets de plans d'étude proposés par le Ministère de l'Instruction publique sont inspirés des programmes provisoires des écoles « moyennes » allemandes et des écoles mentionnées ci-dessus.

Les écoles normales pour instituteurs qui, en 4 ans, conduisent des jeunes gens (de 15 à 18 ans) au baccalauréat, avaient, jusqu'en 1923, un programme de mathématiques à peu près équivalent à

celui des écoles « moyennes » inférieures (gymnases et écoles secondaires). Depuis lors, ces établissements scolaires eux-mêmes demandèrent que leurs programmes fussent plus étendus et rendus équivalents à ceux des gymnases. Les principes pédagogiques sont évidemment les mêmes que dans les autres écoles « moyennes »; ils ont ici une importance d'autant plus grande que les élèves doivent s'en inspirer pour l'exercice de leur profession future. C'est pourquoi Vienne a fondé un institut pédagogique à l'intention des instituteurs et des professeurs de l'enseignement secondaire qui tiennent à compléter leur éducation professionnelle. Dans cet institut, le programme de mathématiques est une répétition et une révision plus complète des matières déjà communes. Il comprend une étude plus approfondie des nombres, des équations (méthodes d'approximation), des fonctions et séries et du calcul infinitésimal avec applications. Il prévoit en outre dans les différentes disciplines des travaux personnels sur des sujets scientifiques ou pédagogiques.

Nous donnons, sous forme de tableau, le nombre des heures hebdomadaires consacrées aux mathématiques.

HEURES HEBDOMADAIRES DE MATHÉMATIQUES.

Lebensalter	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
Schulstufe	I	II	III	IV	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
Volksschule	4	4	4	4	Volksschule Oberstufe (aut dem Lande)								
Hauptschule					4	4	6	5	Ecole normale				
Mittelschulen					Talschule				Oberstufe				
					Division inférieure				Division supérieure				
					a) Gymnasium	4	4	4	3	3	3	3	3
					b) Realgymnasium	4	4	4	3	3	3	3	3
					c) Realschule	4	4	4	3	3	3	3	3

Volksschule. — Dans toutes les classes le programme comprend le calcul et des notions de géométrie.
Volksschule Oberstufe. — La division supérieure de l'école populaire n'existe que dans les petites communes rurales (classes V, VI et VII); la

¹ Sur les cinq heures, deux sont consacrés à la géométrie descriptive.
² Ce nombre d'heures comprend, pour la géométrie descriptive, 2 h. en V^e et en VI^e, et 2 h. en VII^e et en VIII^e.

classe VIII ne se rencontre que très rarement. Cinq heures par semaine sont consacrées au calcul, à la géométrie et au dessin géométrique.

Hauptschule. — Calcul, géométrie et dessin géométrique; dans les classes II, III et IV on fait usage de la planche à dessin.

Mittelschulen. — Arithmétique (algèbre), géométrie et dessin géométrique. Dans la division inférieure le programme ne diffère guère de celui de la « Hauptschule ».

(Traduction de M. H. JOBIN, Dr ès-sc., Porrentruy.)

ÉTATS-UNIS D'AMÉRIQUE

Par William David BEVY,

Professeur au Teachers College, Columbia University; New York.

INTRODUCTION.

Avant-propos. — Depuis 1910 jusqu'à nos jours, tous ceux qui, aux États-Unis, s'intéressent aux mathématiques ont essayé d'en améliorer l'organisation et l'enseignement. Cette tendance s'est manifestée par plusieurs mouvements comme le *Movement Perry* ou *Méthode de Laboratoire* (The Laboratory Method) dont l'initiateur fut John PERRY en Angleterre. L'influence de ce grand précurseur sur la pensée américaine ne doit pas être négligée.

Influence des examens « extra-muraux ». — Pour pouvoir comprendre entièrement la valeur des modifications qui ont été introduites dans l'enseignement des mathématiques aux États-Unis depuis 1910 et les tendances qui y existent maintenant, il est nécessaire de considérer quelques-unes des conditions qui ont déterminé ces changements et qui existaient déjà en 1910, même si nous ne pouvons pas, faute de temps, les examiner chacune en détail. Comme le montre le professeur SMITH¹ en discutant ces conditions générales:

« Pendant les premières années de ce siècle, les programmes de mathématiques en vigueur dans les écoles secondaires américaines étaient fixés surtout par les conditions d'admission requises par les collèges. Il est à noter pour les lecteurs européens que l'école secondaire aux États-Unis comprend quatre années d'études après les huit années de l'école élémentaire. Les élèves de l'école secondaire ont de 14 à 17 ans environ. Ensuite vient le collège qui comprend 4 années d'études et dont les élèves ont

¹ SMITH, David-Engène. A general survey of the progress of mathematics in our High Schools in the last twenty-five years. *First Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, 1926, p. 1.

environ de 18 à 21 ans. Après le collège, l'Université proprement dite où il faut encore 3 ans d'études ou plus pour l'obtention du doctorat en Philosophie (Ph. D.) » C'était la règle générale que chaque collège préparait les examens pour ses candidats, les professeurs de mathématiques du collège déterminant les conditions d'admission.

En 1900, le *College Entrance Examination Board* fut organisé et bien que ce fut un pas en avant, la tradition obligée de garder dans les cours de mathématiques des questions qui actuellement sont considérées comme surannées et qui ont été retranchées des programmes du *College Entrance Examination Board*. En 1902, le comité de la Société Mathématique américaine (*American Mathematical Society*) présenta un rapport sur les programmes des examens d'admission dans les collèges faisant certaines recommandations au sujet de l'algèbre, de la géométrie plane et de l'espace, et de la trigonométrie. Commentant ce rapport, le professeur SMITH écrivait:

« Ce rapport est de vues plutôt larges par son manque même de précision. Il laisse la possibilité à l'examinateur excentrique de proposer presque toutes les questions qu'il désire; et cependant ce rapport servit assez bien comme point de départ pour les réformes. Il est l'expression d'une opinion nationale plutôt que celle d'un groupe. »

En même temps que le « *College Entrance Examination Board* » essayait d'unifier et de préparer les examens avec plus de soins que ce n'avait été généralement le cas dans les préparations locales, il donnait aux écoles l'occasion d'être consultées, et celles-ci firent ainsi partie d'une organisation centrale et prirent part à l'élaboration des programmes d'examen. Bien que le travail du *College Entrance Examination Board*, influencé par le comité de l'*American Mathematical Society*, ait été considéré par beaucoup comme une amélioration sur la situation d'avant 1900, certains critiques font encore quelques objections à ce système.

Il faut reconnaître en toute justice que les efforts du *College Entrance Examination Board* pour améliorer la situation ont abouti à des plans d'études de mathématiques préférables à ceux en usage dans beaucoup d'écoles.

Les programmes de mathématiques ont aussi été influencés par des examens d'autres systèmes, en particulier par ceux du « *New York Regents System* » qui, jusqu'à une époque récente, ont été plus conservateurs que ceux du *College Entrance Examination Board*. En 1910, on signala que les examens « extra-muraux » étaient la raison qui empêchait de nouveau progrès. Aujourd'hui on donne les mêmes raisons pour le manque de progrès dans les écoles qui ne peuvent donner à leurs élèves qu'un enseignement restreint à l'exception de ce qui est considéré comme suffisant par les comités des examens « extra-muraux ».

La puissance de la tradition. — On peut ajouter à l'influence des comités pour les examens « extra-muraux » dont il a été question plus haut, l'influence de la tradition ou le sentiment de satisfaction donné par le *statu quo*, ce qui a retardé, plus qu'aucune autre chose, tout progrès dans nos cours de mathématiques. Cela n'est pas un argument *a priori* contre les matières d'enseignement ou les méthodes de présentation qui ont été en honneur jusqu'à présent et qui peuvent être justifiées d'un manière rationnelle. Le fait qu'une idée ou une méthode a résisté à l'épreuve du temps est une raison pour la respecter, mais elle ne signifie pas que le temps, à lui seul, puisse donner la priorité ni que cette idée ou méthode soit inattaquable.

Domination du collège. — L'influence du collège comme celle de la tradition a retardé le développement de l'enseignement. Le Professeur FRASIER¹ en parlant récemment de cette situation, disait :

« La domination actuelle des collèges sur les écoles secondaires serait une bonne chose pour celles-ci; si ces collèges considéraient l'instruction comme quelque chose en relation avec la vie moderne. Mais en général le collège continue à garder des tendances datant du moyen-âge. »

« Si on en juge par les conditions d'admission des Collèges d'arts libéraux, on voit que pour être un vrai « libéral », il faut avoir le culte des choses du passé. Plus le « libéral » est important, plus sa genuflection est profonde devant l'autel des reliques. »

Théorie de la discipline de l'esprit. — Cette théorie est une des causes qui changèrent les buts de l'instruction il y a une génération. Tant que cette théorie fut à l'honneur, un genre d'algèbre, par exemple, était considéré tout aussi efficace qu'un autre, pour l'éducation de la jeunesse. Plus tard on a abandonné ces idées défendues par des mathématiciens trop zélés et on a considéré avec plus d'attention ce que d'autres sujets offraient aussi bien pour l'éducation pratique que pour le développement intellectuel. Ainsi, on a changé de point de vue, on a passé du principe de discipline mentale au principe plus moderne d'après lequel on donne à l'élève des bases solides qui lui aident à se faire une vie plus large, plus utile et plus riche. Il se développe actuellement une tendance encore plus significative; c'est l'effort qu'on fait pour intéresser l'élève à ses propres activités et à son bien-être.

Programme minimum de questions essentielles (Minimum essentials). — L'habitude de préparer une liste de ce qu'on appelle « minimum

¹ FRASIER, G. W., The Responsibility of Higher Institutions of Learning for the development of American Education. *Teachers College Record*, 30, p. 115.

essentiels » s'est montrée utile dans les écoles, si l'on ne s'en tient pas qu'à ces programmes. Car elle ne donne que le strict nécessaire et risque de créer un niveau de médiocrité existant malheureusement aujourd'hui dans beaucoup d'écoles, ce qui fait que les élèves les plus doués sont les plus retardés. Par bonheur, on commence à réaliser que pour les élèves avancés, les listes de sujets doivent comprendre des questions qui dépassent les besoins de l'enfant moyen. Il se peut que l'on fasse bien de commencer avec ce que l'enfant moyen est censé pouvoir faire avec succès, mais on devrait aussi considérer les capacités des enfants retardés et celles des enfants plus doués.

Tests standardisés (Standardized Tests). — Contrairement à l'ancien système d'examens par compositions, il a été proposé un nouveau genre d'épreuves pour lesquelles une certaine technique (standard performance) pour la résolution correcte d'un certain nombre de questions en un certain nombre de minutes a été définies avec soin. Dans les mathématiques, c'est en arithmétique qu'on a fait le plus grand usage des tests standardisés. Cela est dû au fait que la matière se prête facilement à la standardisation. Pourtant il est juste de dire qu'aujourd'hui, même dans ce cas, on est éloigné d'une standardisation générale et nationale et que l'on tend plutôt vers des exercices de pratique et vers l'examen de cas individuels. Cette tendance s'est développée lorsqu'on s'est rendu compte de l'importance de juger les travaux des élèves d'après une gradation bien définie d'exercices en relation avec la classe de ces élèves plutôt que d'après une norme basée sur les travaux d'un groupe étranger — tendance due entièrement à l'influence du récent mouvement en faveur des tests.

Mauvaise Préparation des Maîtres de Mathématiques. — Le fait que bien des maîtres ne sont pas suffisamment préparés a beaucoup retardé les progrès en mathématiques. Cet état est dû à plusieurs causes, mais deux peuvent être citées ici comme fondamentales: 1) Le développement rapide des écoles secondaires a demandé plus de professeurs bien préparés qu'il n'a été possible d'en obtenir. 2) Il en est résulté que les professeurs eux-mêmes doutaient de leurs propres capacités.

Commission internationale. — Cette commission fut nommée par le 4^e Congrès international des mathématiciens à Rome; en 1908, pour étudier l'enseignement des mathématiques dans les différents pays. La plupart des rapports furent publiés vers 1912. A cause de la guerre mondiale, l'influence de cette commission ne fut pas aussi grande qu'elle aurait pu l'être; elle atteignit pourtant plusieurs milieux comme on l'a vu par les rapports précédents et par les réformes de l'enseignement aux Etats-Unis.

De 1911 à 1918, les publications du *United States Bureau of Education* qui donnaient les comptes rendus des travaux de la Commission Internationale furent partout en circulation. Ces exposés montent, par leur contenu du moins, que les écoles des Etats-Unis sont très en retard par leurs usages sur les écoles européennes. Les effets de l'établissement d'une nouvelle commission internationale par le Congrès de Bologne en 1928 sont attendus avec grand intérêt.

En considérant le travail qui se fait dans les autres pays, dont il est question dans cette revue, on voit qu'il existe encore dans la plupart des écoles des Etats-Unis des conditions relativement peu satisfaisantes, bien que le travail progressif qui se fait en Europe ait une influence aux Etats-Unis. Cela est vrai surtout des publications des Professeurs PERRY¹ et NUNN² et de M. CARSON³.

Corrélation entre les différentes parties des Mathématiques. (Correlated mathematics). — Après une conférence en 1902 du professeur E. H. MOORE devant la Société mathématique américaine, le professeur MYERS introduisit un cours sur les relations entre les divers champs des mathématiques (correlated mathematics) à l'University of Chicago High School. Ce cours montra l'importance de la corrélation et de l'unification entre les sujets mathématiques à l'école secondaire; on s'efforça alors de supprimer les divisions entre les différents champs des mathématiques. Le successeur du professeur MYERS, le professeur BRISICH semble considérer le travail accompli avant 1916 comme la partie expérimentale du programme qui précède un cours bien établi.

L'effort pour supprimer l'enseignement des mathématiques par parties séparées les unes des autres, ou système à « compartiments étanches » (watertight compartments) eut comme résultat d'unir d'une façon plus étroite, les mathématiques avec d'autres sujets qui demandent l'application de cette science. Cela fut vrai surtout pour les sciences physiques. Cependant il semble que très tôt ce mouvement d'unification s'est borné à prendre des problèmes dans d'autres sciences plutôt que d'opérer une fusion avec elles. La tendance d'établir des relations entre les diverses branches d'enseignement comme les mathématiques et la physique amena une corrélation plus étroite entre les parties même des mathématiques.

Mathématiques générales. — Le mouvement en faveur des mathématiques générales dans lesquelles la géométrie d'invention, d'observation, d'intuition ou « informal geometry » joue un grand rôle,

¹ PERRY, John. *The Teaching of Mathematics*. Un compte rendu d'une session de la British Association et Glasgow en 1901. Macmillan.

² NUNN, T. Percy. *The Teaching of Algebra* (including Trigonometry). Longmans, Green and Co., 1914.

³ CARSON, G. St. L. *Mathematical Education*. Ginn & Co., 1913.

date du discours de John PERRY en 1901. Cependant à cause de l'état stationnaire des mathématiques dans les écoles supérieures, les progrès de ce mouvement furent plutôt décourageants jusqu'au moment de l'établissement de l'école supérieure « junior ». La junior high school est un nouveau système qui comprend les deux dernières années de l'école élémentaire et la première année de l'école supérieure. Avec le succès grandissant de cette institution, l'enseignement des mathématiques générales, dans les classes de 7^{me}, 8^{me} et 9^{me} de certaines écoles, s'est développé rapidement.

Le changement, cependant, n'a pas été partout très satisfaisant, même dans les « junior high schools ». Pour les mathématiques, par exemple, l'arithmétique seule est enseignée dans les classes de 7^{me} et de 8^{me} ce qui établit une ligne de démarcation très nette entre la 8^{me} et la 9^{me}, tandis que l'algèbre traditionnelle l'est en 9^{me}. Les mêmes conditions existent pour les autres branches.

Les attaques contre le système d'enseignement par « compartiments étanches » ont été beaucoup plus effectives qu'il semble à première vue. Bien que la plupart des livres de mathématiques publiés actuellement aient pour titres « Algèbre » ou « Géométrie » et semblent appartenir encore à l'ancien système, on s'aperçoit en examinant les textes que l'algèbre est souvent employée en géométrie.

Comité national chargé d'étudier les programmes de mathématiques. — Ce comité fut nommé par l'association mathématique d'Amérique (Mathematical Association of America) en 1916. Le rapport¹ du comité « La Réorganisation des Mathématiques dans l'enseignement secondaire » (*Reorganization of Mathematics in Secondary Education*) fut publié en 1923. Le professeur SKRIN a résumé cet important travail, comme suit:

Ce rapport fut préparé avec la coopération de groupes de professeurs de toutes les parties des Etats-Unis. Les buts de l'enseignement mathématique dans les écoles secondaires, « junior », « senior »² et de l'ancien système de 4 ans, y sont exposés très clairement avec des cours types pour ces différentes écoles et des conseils pour développer les plans donnés. On étudia aussi dans ce rapport la question des conditions d'admission dans les collèges, les propositions fondamentales de la géométrie, le rôle du concept de la fonction et les termes et symboles qui peuvent être convenablement employés dans les écoles. Des recherches dans divers sujets y sont recommandées, entre autres, l'état présent de la théorie des valeurs disciplinaires, la théorie de corrélation appliquée aux classes des écoles, une comparaison des programmes américains avec ceux d'Europe, cours expérimentaux en mathématiques, tests standardisés et préparation des

¹ Le rapport original est épuisé, mais une édition revue contenant les notes principales peut être obtenue chez Houghton, Mifflin, Co., New-York.

² L'école « Senior » est un nouveau système d'école qui comprend les trois dernières années des quatre ans de l'ancienne école supérieure.

mètres de mathématiques. Ce n'est pas trop de dire que les progrès accomplis pendant la dernière décennie sont dus en grande partie à l'activité de ce comité.»

Toutes ces recommandations ont eu une grande influence dans l'élaboration des plans d'étude des écoles « junior » et « senior » mais ont été acceptées surtout par les premières. Cela vient peut-être de ce que le rapport fut écrit à l'époque où le projet de l'école « junior » était à l'étude et ainsi influence la discussion du programme à l'époque la plus plastique de son histoire.

L'école supérieure « junior » (Junior high school). — Le mouvement en faveur de l'école secondaire « junior » commença vers 1915, à être un facteur important dans l'instruction américaine. Ce mouvement créa une situation nouvelle dans les classes de 7^{me}, 8^{me} et 9^{me}, en grande partie indépendante des conditions qui existaient dans ces classes, avec l'ancien système. Cela permit une plus grande liberté vis-à-vis de la tradition et il en résulta un grand changement dans les programmes de beaucoup d'écoles. Plusieurs auteurs de livres employés dans les écoles supérieures « junior » divisèrent le champ d'études en unités et introduisirent plusieurs chapitres de géométrie intuitive et un peu d'algèbre dans les classes de 7^{me} et de 8^{me}. La plupart de ces auteurs introduisirent aussi la trigonométrie en 9^{me} année et quelques-uns ajoutèrent un chapitre de géométrie démonstrative.

De tous les cours qui se donnent dans l'école supérieure « junior » celui de mathématiques est le mieux organisé; pourtant on y a introduit trop de matières imposées par la tradition et venant des cours de l'école supérieure « senior ». Il en résulte que les professeurs de l'école supérieure senior s'opposent à l'enseignement, à l'école « junior », de certains sujets comme la géométrie démonstrative parce qu'ils trouvent que cet enseignement rend les élèves incapables d'un travail plus avancé dans le même sujet, à l'école supérieure « senior ».

Les cours de l'école « senior » dépendent maintenant de ceux de l'école « junior ». En effet, si une méthode est bonne pour les écoliers de la 9^{me} classe dans une « école junior », elle doit être bonne pour les enfants de la 9^{me} classe dans une école supérieure de l'ancien système, c'est-à-dire qui comprend 4 ans d'études. On a tendance maintenant dans la classe de 10^e, à modifier le principe qui veut que chaque proposition de géométrie soit prouvée rigoureusement. Aujourd'hui, on accepte plus de faits intuitivement qu'autrefois qui servent de bases aux constructions.

Le nouveau système d'enseignement de l'école « junior » a aussi une influence sur les classes de 7^{me} et de 8^{me} de l'école élémentaire (de 8 ans). On projette d'introduire dans ces deux classes plus de

géométrie intuitive et peut-être un peu plus d'algèbre. On trouve aussi plus de travail dans les diagrammes de statistiques.

Écoles expérimentales. — Le développement des écoles expérimentales et les fréquents articles dans le « Mathematics Teacher », dans les publications annuelles du « National Council » et dans d'autres revues, sur des expériences faites par des professeurs dans des écoles publiques, montrent un grand intérêt pour une meilleure présentation, un meilleur enseignement et une meilleure étude de la matière aussi bien ancienne que nouvelle.

Des expériences avec enseignement individuel, groupes homogènes, exercices de laboratoire, classes nombreuses contre classes peu nombreuses montrent partout de la part des maîtres un intérêt professionnel encourageant qui est la preuve qu'une tendance se développe.

Influences de la psychologie et de la sociologie. — Le développement de la psychologie d'une philosophie spéculative en une science empirique a changé les matières d'enseignement et les méthodes d'instruction dans nos écoles. L'élève, ses capacités et ses droits prennent une place qui ne leur avait encore jamais été accordée. Autrement dit, on essaye de comprendre le point de vue de l'enfant, on respecte son individualité. Bien que les plus grandes contributions aient été faites dans les parties élémentaires de l'enseignement, l'influence de penseurs avancés comme le professeur E. L. THORNDIKE s'est fait sentir partout. Les psychologues nous ont certainement montré la façon de mieux enseigner certains sujets qu'il serait préférable de ne pas enseigner et ils nous ont aussi aidés à organiser les matières fondamentales suivant les lois psychologiques plutôt que logiques. Ainsi, le sujet a été traité d'une façon plus concrète, la matière a été organisée pour l'élève et non pour le sujet lui-même et l'atmosphère entière de l'étude a été améliorée.

Quelques écrivains philosophes comme le professeur DEWEY ont eu, en Amérique, une grande influence sur l'enseignement en classe. Ils ont reconnu l'enfant américain, ont attiré l'attention de ses facultés et ses droits et ont encouragé les modifications des études en tenant compte de ces nouvelles idées.

On a fait de grands efforts pour donner de la vie et une raison aux travaux de mathématiques. Grâce à l'influence du professeur DEWEY et d'autres professeurs qui ont appuyé sur l'importance d'avoir un intérêt et une activité tendant vers un but en relation avec le travail d'école. Cette méthode (project method) a été très employée surtout dans les classes inférieures, mais elle n'a pas été très bien accueillie dans les écoles secondaires; son usage dans les écoles élémentaires a été condamné par certaines autorités. D'autres penseurs bien qu'intéressés au bien-être de l'enfant rappellent cependant que le

sujet enseigné à lui-même certains droits et que toute occasion d'une étude approfondie de la matière ne doit pas être négligée dans la discussion des programmes.

Le sociologue qui s'occupe d'éducation a aussi en une influence sur la formation des programmes en montrant aux professeurs quels sont les besoins sociaux des écoliers. Il resulta que la tendance a été non seulement de concentrer l'intérêt sur l'élève et son développement mais aussi de modifier et de réorganiser tout le sujet suivant ses difficultés.

Influences progressives. — On voit une influence progressive, premièrement en mathématiques par l'introduction, dans les classes inférieures, de l'algèbre, de la trigonométrie, de la géométrie intuitive et démonstrative, de la trigonométrie sphérique et finalement du calcul différentiel et intégral. Aucune de ces branches n'est enseignée comme un sujet complet mais chacune comme un élément d'une matière essentielle et importante. Dans l'ancien système, on enseignait conformément à la théorie qui veut qu'une grande partie d'un sujet soit nécessaire pour la préparation d'une partie encore plus grande du même sujet et que tout se concentre sur lui.

En second lieu, on trouve un élargissement du champ tout entier qui contient alors des sujets importants appartenant à d'autres champs d'études. La troisième publication annuelle du « National Council » montre les emprunts actuels faits aux mesures de physique, à l'arpentage, à l'emploi de la règle à calcul, etc. Cet état est simplement le résultat de l'effort fait, il y a une trentaine d'années, pour rendre les sujets vivants. L'introduction des éléments du calcul différentiel et intégral facilitera la formation de liens plus étroits entre ce sujet et les autres sciences, puisque la connaissance complète du calcul du champ d'application très étendu du calcul infiniésimal. Il y a quelques années nous avons critiqué les livres employés dans les collèges comme ayant une influence étroite et pédante, mais dans des ouvrages comme l'« Introduction to Mathematics » de Griffin, « Survey Course in Mathematics » de Lennes et « Frechmann Mathematics », de Mullins et Smith, on trouve les deux tendances progressives dont il a été question plus haut.

Buts modernes. — Vers l'année 1910, les psychologues rejetèrent la plus grande partie de l'idée de faculté, et les mathématiciens de même que d'autres éducateurs essayèrent de trouver la meilleure solution pour sortir du dilemme. Ceux qui s'intéressaient à la question donnent deux vues différentes sur la valeur des mathématiques. On peut exprimer ces deux courants brièvement comme il suit: 1^o Développer la valeur instructive des mathématiques et considérer cette propriété comme fondamentale dans la formation de la faculté

de penser clairement et logiquement. 2^o Donner aux élèves des renseignements dont ils ont besoin dans leur vie quotidienne. Actuellement on a de nouveau tendance à considérer l'éducation comme un moyen de transfert.

Pendant ces dix dernières années, un changement s'est produit dans les différents buts qu'on s'était proposés en mathématiques. On peut définir ce changement par la définition du but des mathématiques donnée par le « National Council on Mathematical Requirements ».

« Le premier but de l'enseignement des mathématiques devrait être le développement de la faculté de comprendre et d'analyser les relations de quantité et d'espace, nécessaires pour mieux apprécier les progrès de la civilisation et mieux comprendre la vie et l'univers qui nous entoure. Un autre but devrait être le développement des habitudes de réflexion qui rendent les facultés précédentes efficaces dans la vie de l'individu. »

Avec la suppression des questions, tombées aujourd'hui en désuétude et introduites quand tout ce qui était mathématique était considéré utile, on a fait enseigner dans les écoles supérieures « junior » et « senior », les principes les plus utiles et les plus intéressants des mathématiques supérieures.

Il y a aussi en un courant très net pour supprimer presque tout ce qu'on trouverait dans les livres d'école en 1910 et pour substituer des matières plus essentielles, ce mouvement est en partie une conséquence de l'importance toujours plus grande prise par l'enfant et ses droits et en partie, un développement naturel de l'intérêt professionnel pour le sujet enseigné. On a alors introduit dans la classe de 9^{me} par exemple, l'étude de la géométrie intuitive (informal geometry), des formules faciles à comprendre, des représentations graphiques, de la trigonométrie numérique etc. L'enseignement de la géométrie avec coordonnées, dans les classes moyennes, a permis d'introduire le calcul différentiel et intégral dans les 11^{me} et 12^{me} années de plusieurs écoles. L'idée de relation qui existe entre les variables d'une fonction se glisse partout plus ou moins visiblement, comme un élément d'unification.

Grâce à ces idées nouvelles, on ne considère plus toutes les parties d'un sujet comme étant de valeur égale. On ne demande plus aux élèves d'étudier les mathématiques pour la seule raison qu'ils ont de l'aversion pour ce sujet ou qu'ils le trouvent difficile mais parce que certaines parties des mathématiques sont essentielles à l'éducation de chaque citoyen américain. La suppression de quelques exercices et problèmes compliqués, difficiles et extravagants tient à ce que, seule, leur valeur mystique et disciplinaire pourrait justifier leur présence. Cela a été appliqué dans les champs spéciaux de l'arithmétique, de l'algèbre et de la géométrie où les tendances se sont développées.

Arithmétique. — Aux Etats-Unis, le mot « arithmétique » signifie calcul numérique seulement, avec application à la vie de tous les jours.

L'arithmétique traitant de sujets spéciaux et extraordinaires a été remplacée par l'arithmétique prenant ses exemples dans la vie quotidienne. Les méthodes et les procédés permis ont été supprimés. Au lieu de donner la même importance à toutes les questions, on appuie sur celles qui sont les plus essentielles dans les problèmes de la vie ¹.

Par le tableau ci-dessous, on peut voir le contraste entre l'arithmétique d'il y a environ 10 ans et celle d'aujourd'hui.

<i>Il y a 10 ans :</i>	<i>Actuellement :</i>
Arithmétique de sujets spéciaux et extraordinaires. Par exemple problèmes	Arithmétique de la vie courante Par exemple problèmes

comprenant:

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Paiements partiels. 2. Assurance maritime. 3. Mesures de « hogsheds » ? 4. Fractions peu usitées. 5. Commissions du percepteur. 6. Additions et soustractions. 7. Association commerciale comprenant la question du temps. | <ol style="list-style-type: none"> 1. La famille. 2. Opérations de banque. 3. Achats quotidiens. 4. La ferme. 5. Fractions usuelles. 6. Commerce. 7. Industrie. |
|---|--|

Simplification de l'algèbre. — Le mot algèbre comme il est employé aux Etats-Unis comprend principalement les opérations avec des expressions littérales et l'étude des équations linéaires et quadratiques.

Au nombre des premiers chapitres d'algèbre élémentaire qui ont été supprimés, on peut citer le plus grand commun diviseur obtenu par divisions, la racine cubique extraite par la formule, la théorie générale des équations quadratiques, les parenthèses compliquées, les fractions complexes d'un genre difficile, les équations simultanées avec plus de trois inconnues, le théorème binôme et les radicaux compliqués. L'idée ancienne qu'on doit définir scientifiquement tous les termes avant de pouvoir les employer en toute sécurité et qu'on doit développer le sujet logiquement a été remplacé par un développement psychologique.

La représentation graphique des fonctions à laquelle on attache une importance de plus en plus grande, commença à attirer l'attention

¹ Voir SMITH, David Eugène: *The Progress of Arithmetic*, Ginn and Co., 1923. Voir aussi THORNDIKE, E. L.: *The Psychology of Arithmetic*, Macmillan, 1922, et *The New Methods in Arithmetic*, Rand McNally, 1921.
² Hogsherd: mesure pour liquides, variable. Pour le vin, contenant 63 gallons ou 238,5 litres. Etabli en Angleterre en 1423.

pendant les dix premières années de ce siècle. Les professeurs de mathématiques s'aperçoivent maintenant que la meilleure introduction à l'algèbre n'est pas obtenue par le moyen de l'équation ou par les opérations fondamentales mais par l'étude de la formule. Et comme avec la formule, le tracé de la courbe aide à rendre l'idée de fonction plus compréhensible, une des tendances importantes de l'algèbre aujourd'hui, est l'étude des diagrammes. On appuie sur leur signification plus que sur leur exécution. La représentation graphique des fonctions est apparue un peu avant 1908 et bien positionnée avec excès pendant un certain temps, elle a gardé sa position aussi longtemps et avec autant de succès que n'importe quelle autre réforme proposée. Grâce à l'importance des représentations graphiques de statistiques et à l'intérêt grandissant pour les statistiques d'éducation, cette étude a une place permanente assurée dans nos cours de mathématiques.

Idee de fonctions (Functional Thinking). — Depuis quelques années on a tendance dans l'enseignement de l'algèbre à rendre le sujet compréhensible en remplaçant l'importance du symbole par le concept de la fonction. Les cours les plus avancés sont établis actuellement de façon à faire ressortir à chaque occasion la dépendance qui existe entre les quantités variables d'une fonction. Dans quelques écoles, la trigonométrie, la géométrie et le calcul infinitésimal sont introduits pour faire ressortir cette propriété.

Anciens et nouveaux programmes d'études. — On se rendra mieux compte des additions et des suppressions qui ont été faites jusqu'à présent en comparant un aperçu des programmes en vigueur dans l'Etat de New-York (New-York state Syllabus) en 1910 et un plan du nouveau programme qui sera effectif en 1930.

Programmes de 1910:

1. Capacité de formuler les définitions nécessaires, en langage clair et concis.
2. Suppression des symboles d'union et introduction de termes à l'intérieur de ces symboles.

Programmes de 1910:

3. Mise en facteurs d'expressions de 4 termes et d'expressions avec exposants littéraux.

Nouveaux programmes:

1. Aucune mention de définitions comme telles. Langage et représentation algébrique introduits.
2. Suppression d'un groupe ou tout au plus de deux groupes de symboles d'union.

Nouveaux programmes:

3. Extraction d'un facteur commun monome et mise en facteurs de la différence de deux carrés. Mise en facteurs de trinômes, facultatives.

- | | |
|---|---|
| 4. Application des principes de la mise en facteurs pour trouver le P.G.C.D. et le P.P.C.M. | 4. Les termes P.G.C.D. et P.P.C.M. comme tels ne sont pas enseignés. |
| 5. Fractions complexes. | 5. Fractions enseignées ne sont pas plus difficiles que celles qui sont employées dans les formes les plus difficiles. |
| 6. Rapport de 2 grandeurs enseigné séparément et toutes les définitions données. | 6. Rapport traité comme une fraction. |
| 7. Grandeurs proportionnelles: Inversion, alternance, combinaison et division sont enseignées. | 7. Grandeurs proportionnelles traitées comme une équation fractionnelle. |
| 8. Radicaux: Définitions. Rendre une expression rationnelle quand le dénominateur est un binôme irrationnel. Equations avec racines. Aucune mention d'exposants fractionnaires. | 8. Dès le début les élèves doivent être familiers avec l'exposant fractionnaire. |
| 9. Equations quadratiques: Solution de quadratiques pures et quadratiques complètes par la mise en facteurs, en complétant le carré ou par la formule. | 9. L'étude des quadratiques est facultative. Tendance à enseigner seulement la méthode de solution par la formule. |
| 10. Equations avec racines qui se transforment en quadratiques. | 10. Suppression des équations avec radicaux. |
| 11. Théorème du binôme avec exposants entiers et positifs. | 11. Suppression du théorème du binôme. |
| 12. Suppression des représentations graphiques. | 12. Diagrammes. Simples représentations graphiques de statistiques. Représentation graphique de la formule. Interprétation. |
| 13. Suppression de représentations graphiques des nombres directs. | 13. Représentation graphique des nombres directs. |
| 14. Suppression du concept de la fonction. | 14. Concept de la fonction. |
| 15. Suppression de la trigonométrie numérique. | 15. Trigonométrie numérique. |

Géométrie. — La géométrie, la structure la plus vieille et la plus logique a naturellement résisté aux changements plus qu'aucune autre partie des mathématiques et les changements qui y ont été effectués sont pour la plupart superficiels. On a de meilleurs livres d'étude, on a diminué la quantité du travail de mémoire et augmenté l'importance du travail original. Le changement fondamental a été l'introduction de la géométrie intuitive dans les classes de 7^{me} et

de 8^{me} et d'un court chapitre de géométrie démonstrative en 9^{me} année. Ce travail préliminaire a été un des principaux facteurs qui ont permis de diminuer la durée d'étude fixée pour la géométrie ce qui fait que certaines autorités trouvent qu'une année de géométrie plane et de géométrie dans l'espace combinées, dans la classe de 10^{me} est suffisante.

Déjà en 1905, on se rendait compte de l'importance non seulement de la géométrie intuitive et des « exercices originaux », mais aussi de l'union plus étroite entre la géométrie plane et de l'espace. Du moins, il ne semble pas qu'il y ait de bonnes raisons pour empêcher la combinaison de ces deux parties de la géométrie en un cours d'une année pour la classe de 10^{me}.

Quand on mit en question la doctrine de discipline rigoureuse, certains adhérents de cette doctrine commencèrent à prendre une attitude défensive. Quelques-uns essayèrent de justifier la conservation de la géométrie traditionnelle dans les programmes en attirant l'attention sur ses applications, oubliant que la science de l'époque d'Euclide, comme elle est enseignée universellement, s'est développée dans le sens de la logique pure. Pour dissiper la confusion dans laquelle le sujet et ceux qui l'enseignent ont été jetés par des géomètres trop zélés et logiques, un mouvement se forma qui eut comme conséquence la séparation de la géométrie en ce qui est maintenant connu sous le nom de géométrie intuitive et géométrie démonstrative. Il est probable que le développement de cette idée sera un des progrès remarquables accomplis dans l'enseignement des mathématiques élémentaires, pendant ce premier quart de siècle.

Avec la tendance à simplifier l'arithmétique et l'algèbre par la suppression de certains chapitres et par la reorganisation du sujet, on proposa de présenter comme postulats les théories de géométrie qui paraissent parfaitement naturels et clairs aux élèves. On pense généralement dans nos écoles que la démonstration rigoureuse devrait être entièrement supprimée ou bien renvoyée jusqu'à ce que les connaissances de l'élève, en géométrie, lui permettent de comprendre le développement logique d'une démonstration. On commence aussi à s'apercevoir du conflit entre la logique de la science pure et les lois de l'étude qui contrôlent les élèves.

Pendant ces dernières années, la théorie des limites a été supprimée dans les cours élémentaires et il y a actuellement un désir manifeste d'introduire un certain nombre de problèmes d'applications pratiques à côté des propositions abstraites qui existent seules. On ne croit plus que les mathématiques doivent être enseignées comme une science pure.

Trigonométrie numérique. — L'introduction d'un peu de trigonométrie numérique simple dans les problèmes d'algèbre de la classe de 9^{me} est une des innovations importantes de ces dernières années.

D'après le professeur Smith, c'est le pas en avant le plus important qui ait été accompli en algèbre pendant ce premier quart de siècle.

Calcul différentiel et intégral à l'École supérieure. — Déjà en 1910, on suggère la possibilité d'enseigner le calcul différentiel et intégral dans les écoles supérieures mais on n'alla pas jusqu'à en faire l'essai. Depuis cette époque, il y a eu à différents intervalles et il y a surtout actuellement une grande agitation créée par cette question de l'enseignement des éléments fondamentaux du calcul différentiel et intégral. En outre, dans un certain nombre d'écoles supérieures des Etats-Unis les maîtres les plus avancés ont fait diverses expériences pour essayer d'améliorer l'organisation traditionnelle.

Statistiques élémentaires. — On espère pouvoir bientôt donner plus d'attention aux statistiques élémentaires dans les programmes de mathématiques. Cela se fait déjà dans quelques écoles bien qu'en général les livres d'enseignement¹ ne traitent pas cette question. Les demandes qui viennent de plusieurs sujets étrangers aux mathématiques, comme la pédagogie et les sciences économiques font que la connaissance des notions plus élémentaires de la statistique doit faire partie de l'éducation de tout citoyen américain.

Le livre d'étude. — Les auteurs des manuels d'étude ont coopéré au développement des progrès des mathématiques.

La grande majorité de ces livres ont été préparés seulement en vue d'aider l'amélioration de l'instruction dans nos écoles élémentaires et secondaires. La plus grande attention est accordée aux besoins et aux intérêts de l'enfant surtout en ce qui concerne l'impression des textes, les caractères d'imprimerie, l'espace entre les lignes, etc.

Le travail du professeur David Eugene Smith relatif à l'histoire et à l'origine des mathématiques a été un des facteurs importants dans l'amélioration de la forme générale des textes. Cette influence est visible par l'emploi de figures, de meilleurs diagrammes, par les informations historiques et par les reproductions de pages d'anciens volumes intéressants.

Les livres employés dans l'école « junior » montrent plus de progrès par leur désir de supprimer les divisions logiques dans le but d'obtenir une organisation meilleure pour l'étude, que les livres de l'école « senior ». Les premières sont libres de bénéficier de ce développement plus psychologique et les barrières traditionnelles de

¹ Cf. SCHORRING and REEVE, *General Mathematics*, tome I, chap. 10, Ginn and Co., 1919. — VOF aussi ROE, H. B., SMITH, David Eugene, and REEVE, W. D., *Mathematics for Agriculture and Elementary Science*, chap. 9, Ginn and Co., 1928.

l'arithmétique, de l'algèbre, de la trigonométrie et de la géométrie intuitive ne sont pas aussi impénétrables que celles entre la géométrie démonstrative et les autres sujets. Plusieurs collections de livres de mathématiques ont simplement reçu les noms de Mathématiques I, II et III (*Mathematics I, II and III*), les autres ont essayé avec quelque succès d'organiser la matière en tenant compte des difficultés de l'étude plutôt que de la nature de la matière et ont négligé l'ancienne méthode des « compartiments ».

Nouvelles tendances dans la présentation du sujet. — Pendant ces douze dernières années une nouvelle tendance s'est introduite dans la présentation du sujet, qui permet à l'élève de vivre sa vie naturellement, avec un minimum de restrictions et sans devoirs trop ennuyeux. L'enfant peut ainsi développer ses dispositions mathématiques en grande partie par son propre esprit de curiosité. En outre, il est dirigé comme dans un jeu. Il n'est pas poussé, pas même conduit mais simplement encouragé par le maître à découvrir des vérités. Comme le dit le professeur Dewey quelque part: « Il est généralement admis que la meilleure méthode d'enseignement est de présenter les faits et de les laisser se développer suivant la capacité des esprits auxquels ils sont exposés.

En conséquence, l'importance a passé du sujet enseigné à l'élève lui-même. Comme résultat de la suppression des lignes de partage, de l'introduction de nouveaux sujets, de l'importance nouvelle prise par l'enfant au détriment du sujet, on a organisé le sujet de façon à le rendre plein de vie, à en faciliter l'enseignement et l'étude, dans les cours généraux aussi bien que dans ceux qui ont des étiquettes traditionnelles.

Emploi des Tests (*The Testing Program*). — Le mouvement en faveur des tests, qui s'est beaucoup développé aux Etats-Unis depuis la guerre mondiale a peut-être, actuellement, plus d'influence sur l'enseignement des mathématiques que n'importe quelle autre tendance. L'attention accordée aux besoins et aux différences individuels a rendu possible les groupements homogènes. L'élaboration scientifique du programme de mathématiques a été mise au premier plan. Les tests diagnostiques promettent de révolutionner l'enseignement des mathématiques et l'analyse psychologique des méthodes et des capacités fait beaucoup pour éclaircir les questions de procédés.

Vers 1910, on essaya sur une large échelle de mesurer le degré de développement atteint par les élèves qui étudiaient les méthodes fondamentales de l'arithmétique. Les tests furent bientôt employés comme bases de comparaison pour les résultats obtenus par différentes classes et écoles, une méthode qui n'a pas été généralement approuvée. Plus tard les tests furent employés comme moyen pour déterminer si la matière enseignée était trop difficile pour la majorité des élèves

et aussi pour découvrir les défauts de l'enseignement, ce qui permit de corriger les erreurs dans l'usage de certains principes.

Pour obtenir des résultats plus satisfaisants en mathématiques les principales opérations et difficultés ont été décomposées en opérations et difficultés moins importantes. Des tests ont été préparés qui non seulement révèlent l'aptitude générale de l'élève pour une certaine opération mais aussi ses différentes capacités.

Les derniers livres d'étude qui ont paru ont été conçus en vue de *certain but bien défini*, dont voici quelques-uns :

1. Donner en peu de temps une rapide vue d'ensemble de toutes les aptitudes ou capacités qui doivent être examinées. Les difficultés que les élèves rencontrent dans leurs travaux sont souvent dues au maître qui néglige d'expliquer certains détails. Ce qui est pour le maître au point de vue mathématique une difficulté simple peut-être pour l'élève au point de vue psychologique une complexité de difficultés.

L'ancien système d'examen, par composition, mettait à l'épreuve qu'un petit nombre de facultés et cela en un laps de temps assez long. En mathématiques, le test standardisé ou criterium a fait peu de progrès dans cette orientation bien qu'il ait eu un commencement.

2. Supprimer l'équation personnelle dans l'estimation des travaux; autrement dit apprécier les examens objectivement. Autrefois la façon d'évaluer la valeur des travaux d'examen était surtout subjective. Ce procédé est humain. Chaque professeur se fait une idée plus ou moins juste de ses élèves. Les tests objectifs ne peuvent être appréciés que d'une seule façon et le résultat est impersonnel.

3. Montrer à l'élève ce dont il est capable. Ce que ne faisait pas l'ancien système d'examen qui était trop étroit de vue pour montrer quelle connaissance du sujet l'élève possédait.

4. Montrer au maître ses capacités. Le système d'examen par composition ne peut montrer que dans quelques cas, les qualités et défauts de l'enseignement d'un maître. Les tests d'éducation, modernes, montrent très facilement par leurs propriétés diagnostiques les qualités et les points faibles des élèves, ce qui permet au maître de faire les changements nécessaires. C'est une des propriétés les plus importantes de ces tests. Quand ceux-ci sont préparés avec intelligence, ils montrent les connaissances et les capacités de l'élève pour chaque partie essentielle du travail.

5. Estimer la valeur d'un texte donné ou d'une méthode d'enseignement. La tendance actuelle est d'établir en premier lieu le cours d'étude et ensuite de préparer des tests qui déterminent la façon dont les projets ont été réalisés.

6. Trouver le temps qu'il faut consacrer à l'enseignement d'un sujet. Aujourd'hui, on ne sait plus quel est le temps nécessaire à l'enseignement de quoi que ce soit et on ne connaît que dans quelques cas seulement s'il y a réussite ou non. Par exemple, on pourrait trouver avec des tests appropriés, en combien de temps on peut enseigner à un groupe normal d'élèves de 9^{me} année la mise en facteurs de la différence de deux carrés, avec n'importe quel degré de perfection.

7. Servir de questions. Aucun livre ne peut contenir tous les exercices que demande un cours d'étude moderne, en particulier pour le travail oral et pour le travail écrit rapide. Les tests sont des suppléments au texte et délivrent le maître de la nécessité de chercher des questions supplémentaires.

8. Trouver ce qu'il faut enseigner. Quelque désirable que soient les buts que les maîtres se proposent d'atteindre avec leurs élèves, il se peut que quelques-uns ne soient pas à la portée des élèves; seuls des tests intelligents permettent de décider quels sont les sujets qui peuvent être enseignés.

9. Aider l'élève à se rendre compte de ses progrès par rapport à ses résultats antérieurs ou à ceux de ses camarades. Le premier de ces deux buts est probablement le meilleur. De même qu'un joueur de golf ne pense qu'à battre son ancien record, l'élève est en général plein d'ardeur pour améliorer son rang.

10. Se rendre compte de l'enseignement dans un système d'école. Ces tests sont compris de telle façon qu'ils donnent une vue générale sur le travail d'un semestre ou d'une année. Ils sont souvent posés par une personne qui examine le système de l'école et bien que généraux ils sont utiles par les indications qu'ils donnent sur l'état de l'enseignement dans ce système.

INDICES PRÉSENTS DE PROGRÈS FUTURS.

Prestige et valeur des Mathématiques. — Le professeur HEDRICH dit que les mathématiques qui se sont développées depuis 1900 sont plus imposantes et plus étendues que tout ce qui s'est développé avant cette date. La théorie d'Einstein, qui en réalité tient plus des mathématiques que de la physique est aussi importante que le développement du calcul différentiel et intégral. Une grande partie des mathématiques nouvelles s'est développée pendant le XX^e siècle. Il a paru dans les journaux et revues de mathématiques aux Etats-Unis en 1927, 80 % de questions de plus qu'en 1920.

Pendant la période 1923-1927, plusieurs mathématiciens ont reçu des prix pour les meilleurs travaux dans le champ des mathématiques pures. Les lauréats furent les professeurs BRINKOFF de Harvard et DICKSON de Chicago. Ces décisions deviennent encore plus significatives quand on réalise qu'il n'y avait point de mathématiciens comme membres du comité.

Plusieurs autres exemples pourraient être cités pour illustrer la nature dynamique des recherches mathématiques. Le professeur SLAVOUR écrit dans un article intitulé (*Mathematics and Sunshine*¹) sur (Les Mathématiques et la clarté du soleil).

« On sait qu'un des principaux buts de la Fondation Rockefeller est le développement de la santé publique par des recherches scientifiques dans

¹ SLAVOUR, H. E., Mathematics and Sunshine, *The Mathematics Teacher*, 21, p. 249.

des sujets en rapport avec la médecine. Le procédé est d'envoyer au Conseil des Recherches nationales (National Research Council) des hommes de sciences choisis parmi les mieux préparés et dont les capacités de recherches dans ces sujets spéciaux ont été testées. On décerne à ces savants des bourses en espèces qui leur permettent de continuer leurs recherches. Les sciences biologiques furent naturellement choisies pour les premières bourses, ensuite la chimie comme base de la biologie, puis la physique comme base de la chimie et enfin les mathématiques comme base de tout.»

Organisations des Maîtres de mathématiques. — L'effort d'un groupe homogène quel que soit sa nature s'est toujours montré une des meilleures méthodes pour l'accomplissement de grands projets. Plusieurs organisations de maîtres de mathématiques se sont formées depuis 1910 en vue du développement de questions qui intéressent non seulement le groupe mais aussi le maître. Témoin, le rapport du Comité National sur la réorganisation des mathématiques dans l'enseignement secondaire (The Reorganization of Mathematics in Secondary Education). Le nombre de professeurs, membres de sociétés et organisations mathématiques et abonnées à des revues, brochures et publications annuelles sont une preuve suffisante que les maîtres de mathématiques se rendent compte des conditions existantes. Les indices actuels montrent que les mathématiques resteront un sujet important dans les écoles secondaires des Etats-Unis.

Conseil national des Maîtres de mathématiques (The National Council of Teachers of Mathematics). — L'organisation à Cleveland, en 1920 d'un Conseil national de Maîtres de mathématiques, pour l'amélioration des mathématiques, marqua le commencement d'un programme intéressant la nation entière. Auparavant, comme le professeur Staught l'a montré à la neuvième réunion annuelle du Conseil, à Boston, en février 1928, il manquait trois facteurs caractéristiques essentiels pour réussir comme organisation nationale, à savoir la conscience de l'existence du groupe, la fierté et l'enthousiasme pour le groupe. Avec le nombre des membres augmentant rapidement (de 3.000 en 1927 à plus de 5.000 actuellement) avec l'intérêt croissant pour les publications annuelles (yearbooks) et la formation de branches du Conseil dans tout le pays, les trois importants facteurs dont il a été question plus haut seront bientôt acquis.

Nécessité des Recherches. — La plupart des changements qui ont été faits dans les programmes sont dus à des « forces sociales extérieures » qui ont exercé une influence sur les écoles. Peu de changements ont été effectués comme résultats de recherches. Les trois ou quatre

importants exemples de réformes qui ont été accomplies récemment comme résultats de recherches sont données par le professeur Judd¹.

« M. AVRES changea tout d'un coup le programme du cours d'orthographe. Les recherches de laboratoire sont directement responsables pour l'importance que l'on attache actuellement à la lecture silencieuse. Certaines recherches sur les demandes de la société pour les mathématiques ont influencé la quantité et le genre de mathématiques enseignées dans les écoles. »

Le professeur Judd ajoute encore: Si on était disposé à être pessimiste, on serait tenté de faire l'usage de termes qui ont souvent été employés par des critiques et on dirait que « mode après mode ont été introduites dans les programmes, sans raison suffisante ou justification ».

La meilleure Préparation des Maîtres. — On trouve la citation suivante concernant le maître et ses capacités dans le rapport du Comité national:

« Tandis que la plus grande partie de ce rapport, traite des programmes des cours de mathématiques, de leur organisation et du point de vue qui devrait dominer l'instruction, et des investigations qui se rapportent à ces questions, le Comité national doit montrer énergiquement que le problème du maître est « même plus fondamental » — ses capacités et son éducation, sa personnalité, son intelligence et son enthousiasme. L'insuccès des mathématiques est dû en grande partie au mauvais enseignement. Les bons maîtres ont réussi dans le passé et continueront à réussir en obtenant des résultats très satisfaisants avec des méthodes traditionnelles: Les mauvais maîtres ne réussiront pas même avec les plus modernes et meilleures matières introduites. »

Les maîtres qui s'intéressent aux méthodes nouvelles peuvent étudier ces questions dans n'importe quelle école normale des Etats-Unis, toutes offrent des cours d'été et de correspondance ainsi que des cours en dehors de l'école et d'autres qui ne prennent qu'une partie du temps de l'étudiant. On fait partout un effort pour donner aux maîtres ce qu'ils veulent et ce qu'ils désirent. Le professeur W. C. BAYLEY a récemment fait un exposé dans le même sens, quand il dit que le plus grand changement dans l'éducation au *Teachers College*, Columbia University, pendant ces dix dernières années a été l'importance grandissante attachée à la matière d'enseignement.

¹ Judd, Chas. H., The Place of Research in a Program of Curriculum Development, *Journal of Educational Research*, 17, p. 313-323.

JAPON

Par le professeur YAYORARO (Ecole normale supérieure de Tokio).

Introduction. — Le rapport sur l'enseignement des mathématiques au Japon qui a été préparé en 1912 par la Sous-Commission japonaise de la Commission internationale de l'enseignement des mathématiques, ayant exposé en détail les conditions et les méthodes de l'enseignement des mathématiques dans les écoles de toute sorte et de tous degrés dans l'Empire Nippon à cette époque, le présent rapport ne portera que sur des changements importants dans l'enseignement des mathématiques qui ont eu lieu depuis. En raison de l'espace limité dont on dispose, on insistera surtout sur les enseignements primaire et secondaire.

I. ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE.

Nature. — Les écoles élémentaires comprennent les cours de l'école primaire ordinaire qui durent six ans, et ceux de l'école primaire supérieure qui durent deux ou trois ans. Les cours de l'école primaire sont obligatoires, mais l'entrée dans une école primaire supérieure ou dans une école secondaire est facultative.

Selon les règlements, l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire tend à familiariser les enfants avec les opérations ordinaires et les connaissances nécessaires dans la vie quotidienne, et à les faire penser d'une manière raisonnable et exacte. L'horaire hebdomadaire de son enseignement par année est le suivant:

	Ecole Primaire						Ecole Primaire Supérieure		
Année	I	II	III	IV	V	VI	I	II	III
Nombre d'heures	5	5	6	6	4	4	4	4	4

Autrefois, on faisait très attention au développement logique des mathématiques pour l'ordre et le choix des matières enseignées à l'école primaire; mais depuis quelques années la tendance générale est de considérer qu'il est plus important de se conformer au développement naturel et d'adapter les programmes à la capacité mentale des enfants en insistant sur l'intérêt des sujets et sur leurs avantages pratiques.

Le programme des sciences mathématiques pour chaque année des écoles primaires est le suivant:

I. — Ecole Primaire.

- Première année.** Énumération et notation des nombres jusqu'à cent. Calcul simple; problèmes d'application.
- Deuxième année.** Énumération et notation des nombres jusqu'à mille; opérations simples; unités monétaires (yen, sen); longueur (m., cm., mm.); temps (jours, heures); problèmes d'application.
- Troisième année.** Calcul des nombres entiers; unités monétaires (yen, sen, rin); longueurs (km., m., cm., mm.); capacité (l. et dl.); poids (gr., kg.); temps (jours, heures, minutes, semaines, années, mois); problèmes d'application.
- Quatrième année.** Calcul des nombres entiers; énumération et notation des fractions décimales; calcul simple; longueurs; surfaces (m^2 , cm^2 are, hectare); volumes (m^3 , cm^3 , dm^3); poids (gr., kg., t.); temps (années, mois, jours, heures, secondes, semaines); carrés, rectangles; cubes; parallépipèdes rectangulaires; angles; directions; diverses sortes de problèmes d'application.
- Cinquième année.** Calcul des nombres entiers; fractions simples et décimales; unités complémentaires du système métrique (mille marin); aperçu du système Shaku-kan; propriétés particulières et surfaces des rectangle, carré, triangle, polygone, parallélogramme, trapèze et cercle; propriétés particulières et volumes des parallépipède rectangulaire, cube, parallépipède, prisme, cylindre et sphère; monnaie; calcul des angles et du temps; problèmes d'application; on peut y ajouter le calcul Soroban.
- Sixième année.** Proportions; pourcentage; figures semblables; dessin gradué; graphiques; problèmes d'application. (On peut y ajouter le calcul Soroban).

II. — Ecole Primaire Supérieure.

- Première année.** Nombres entiers; fractions décimales; calcul algébrique; figures géométriques; unités de poids et de mesure (micron, millilitre, milligramme, carat); calcul Soroban; problèmes d'application.
- Deuxième année.** Proportion; pourcentage; calcul algébrique; figures géométriques; calcul Soroban; problèmes d'application.
- Troisième année.** Compléments sur les sujets déjà étudiés l'année précédente (un aperçu de la comptabilité journalière peut être donné pour satisfaire aux besoins locaux).

Matériaux d'enseignement. — Les matériaux de l'enseignement arithmétique dans les écoles primaires ont subi divers changements dont le plus important est celui qui a été amené par la réforme des poids et des mesures. Les systèmes japonais des poids et des mesures

comportaient le système Shaku-kan, le système métrique et le système yard-pound, qui étaient tous employés simultanément; mais après une enquête approfondie de plusieurs années, l'emploi de ces divers systèmes a été supprimé et le système métrique est devenu le seul système légal, conformément à la loi votée en avril 1921 et mise en vigueur le 1^{er} juin 1924, l'usage des anciens systèmes étant autorisé pour certaine période de temps.

En raison de ce changement de système, l'enseignement des mathématiques à l'école primaire est maintenant basé sur le système métrique et en conséquence il a été possible de consacrer à beaucoup d'autres sujets utiles le temps et le travail que nous donnions autrefois à l'étude des nombres complexes; les bienfaits en ont été particulièrement sensibles dans l'addition de nombreux sujets concernant le calcul algébrique, les représentations graphiques et les figures géométriques.

Les formules et la solution des problèmes au moyen de lettres sont utilisées même des l'école primaire; à l'école primaire supérieure on étudie les équations linéaires à une inconnue, les nombres négatifs, les expressions entières, les équations linéaires simultanées et les fractions dès la première année; la deuxième année les équations du second degré (on s'occupe surtout d'équations à coefficients numériques). Les graphiques sont étudiés surtout pour la représentation intuitive des données statistiques et des relations fonctionnelles, simples et pratiques. L'enseignement de la géométrie est limité à l'étude des figures nécessaires à la vie quotidienne, il est fait ordinairement par une méthode intuitive. Il y a une tendance à utiliser les fonctions circulaires simples pour certains calculs d'angles.

Le calcul Soroban est l'opération particulière faite au moyen d'une espèce de boulier dit « soroban », qui peut être manipulé avec une simplicité et une rapidité considérables. Un des mérites remarquables de ce calcul est qu'il pose les bases nécessaires du calcul mental. Ce calcul est enseigné dans beaucoup d'écoles primaires, il est obligatoire dans les écoles primaires supérieures, parce qu'on est arrivé expérimentalement à la constatation que les élèves de l'école primaire supérieure peuvent en faire un excellent usage.

Manuels. — Les manuels sont composés et publiés par le Ministère de l'Instruction publique et sont en usage dans l'ensemble de l'Empire; mais ils donnent seulement le niveau du programme et la progression demandée; le choix et le développement des matières sont laissés au jugement du corps enseignant, pour que l'enseignement lui-même soit adapté au développement naturel des enfants et aux conditions locales; dans toute la mesure du possible.

Depuis 1909, les manuels ont été revus trois fois, la dernière révision a été commencée en 1925. Cela est surtout dû au changement du système des poids et des mesures. En ce qui concerne

la dernière révision, les manuels de l'école primaire et de la première année des écoles primaires supérieures sont déjà terminés; les autres en seront bientôt.

Méthodes d'enseignement. — Plusieurs progrès ont été faits dans les méthodes d'enseignement:

1. Pour essayer que les élèves aient une attitude active dans l'étude des mathématiques, on s'efforce au début de les amuser et de les intéresser. Plus tard on donne une attention particulière au choix de problèmes que les enfants résoudreont spontanément. Au cours des années qui viennent de s'écouler, on a beaucoup insisté sur l'intérêt à faire poser les problèmes par les élèves eux-mêmes.

2. Dans l'enseignement lui-même on tient le plus grand compte de la capacité mentale de chaque élève, et bien que les sujets fondamentaux soient traités en commun, les problèmes d'application sont donnés proportionnellement à la capacité individuelle des élèves. Dans certaines écoles, on se sert du système Dalton pour des fins expérimentales, mais certains lui préfèrent le système Winnetka.

3. Il est reconnu qu'il vaut mieux faire énoncer et élaborer par les élèves eux-mêmes les règles et les méthodes fondamentales de l'arithmétique au lieu de se borner à leur exposition et à leur explication par le maître; en conséquence, on considère qu'il est très important d'enseigner le programme en faisant résoudre les problèmes qui conviennent au développement naturel de l'élève.

4. Depuis longtemps on a eu l'habitude au Japon de se servir de la méthode expérimentale pour l'enseignement des débuts de l'arithmétique; cette pratique a été encouragée depuis que le mouvement de Perry a fait une si profonde impression. De nombreuses écoles possèdent toutes sortes d'échelles, de règles et de mesures, et même un laboratoire semblable à celui qui est conseillé par le Professeur E. H. Moore de l'Université de Chicago. L'enseignement par la méthode expérimentale a déjà produit de bons résultats dans l'adoption du système métrique, et l'on signale de nombreux cas où les élèves aident leurs parents à s'adapter à ce nouveau système. La construction des figures géométriques et le dessin graphique sont des additions appréciées au programme de l'enseignement dans toutes les écoles.

II. ÉCOLES SECONDAIRES.

La Conférence mathématique de 1918. — Cette conférence a joué un rôle très important dans les progrès récents de l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires. Sous les auspices de la Société pour l'Étude de l'Enseignement secondaire (organe

dont le but est d'étudier les sujets généraux concernant l'enseignement secondaire) et grâce aux efforts du Professeur M. Kuniyeda, Président du Comité d'organisation, et de ceux qui les secondaient, cette conférence s'est tenue à Tokyo pendant cinq jours, à partir du 20 décembre 1918. Elle était présidée par M. J. Kano, président de la Société, et groupait environ 250 professeurs de mathématiques venus de toutes les parties du Japon. A cette conférence on a étudié et discuté avec enthousiasme de nombreuses questions concernant l'enseignement mathématique dans les écoles secondaires; des propositions ont été rédigées en réponse aux questions soumises par le Ministère de l'Instruction publique sur les *progrès à apporter à l'enseignement des mathématiques*, conformément aux buts de l'enseignement dans les écoles normales, les écoles moyennes et les écoles supérieures de filles. En outre, des discussions importantes ont porté sur les points énumérés ci-dessous, et des vœux ont été adoptés ensuite.

1. Quelles sont les mesures qu'il convient de prendre pour faire progresser les idées mathématiques dans le peuple ?
2. Quels sont les degrés et les âges appropriés à l'étude des fonctions et de leur représentation graphique ?
3. Quelles sont les considérations qui justifient l'existence d'un cours préliminaire à l'enseignement géométrique et, d'une façon générale, l'usage des méthodes pratiques ?
4. Quel est le point de vue particulier auquel on doit se placer pour établir un rapport étroit dans l'enseignement entre les différentes branches des mathématiques ?
5. Comment convient-il de disposer les différentes branches des mathématiques et quel horaire doit-on leur attribuer ?
6. De quelles connaissances doit-on être pourvu pour enseigner les mathématiques ?
7. Est-il nécessaire d'encourager un plus grand usage du calcul Soroban ? (Il a été répondu à cette question affirmativement.)

L'Association mathématique du Japon pour l'Etude secondaire. — Il fut proposé à cette conférence à l'inspiration des professeurs T. Hayashi, M. Kuniyeda, feu les professeurs I. Mori, K. Haki et M. Kaba de fonder une association pour l'étude des mathématiques et de la Pédagogie des mathématiques dans l'enseignement secondaire. Cette proposition fut approuvée à l'unanimité des membres présents et l'association a depuis été organisée sous le titre ci-dessus. A l'époque de sa fondation, son bureau était constitué par les professeurs T. Hayashi, président, M. Mimori, M. Kuniyeda, vice-présidents, et feu le professeur M. Kaba, secrétaire général. Cette Association publie un organe officiel, le premier numéro du volume I ayant été publié en avril 1919. Actuellement elle compte plus de 2.300 membres et on peut bien augurer de son succès et de son influence.

Se basant sur la résolution votée par la conférence en 1918, l'Association a préparé les programmes d'enseignement pour les mathématiques dans les écoles secondaires, telles que écoles moyennes, écoles supérieures de filles, écoles supérieures réelles de filles, écoles techniques, écoles commerciales et écoles normales. Elle ne cesse de travailler à l'avancement des mathématiques dans l'enseignement secondaire en l'organisant selon des méthodes efficaces.

Écoles moyennes. — L'enseignement des écoles moyennes vise à donner une éducation supérieure aux garçons qui ont suivi les cours de l'école primaire. Ses cours durent cinq ans. Ceux qui en sortent diplômés peuvent aussitôt entrer dans la vie, tandis que d'autres peuvent être admis dans diverses écoles professionnelles d'un degré supérieur, ou à l'école moyenne supérieure pour se préparer à l'Université. (La quatrième année d'étude donne droit à l'admission à l'école moyenne supérieure).

D'après le règlement, le but principal de l'enseignement des mathématiques dans l'école moyenne est de donner aux élèves des connaissances élémentaires indispensables; une grande habileté de calcul; de les rendre capables de faire des applications et en même temps de les former à penser avec précision. Le programme de 1911 prescrit l'horaire suivant:

Sujet	Année I	Année II	Année III	Année IV	Année V
Arithmétique	4	4	—	—	—
Algèbre	—	—	5	4	—
Géométrie	—	—	—	—	4
Trigonométrie	—	—	—	—	—

On a remarqué récemment une tendance générale à l'enseignement de l'algèbre dès la première année et de la géométrie, avec son cours préparatoire, dès la seconde. Le Ministère de l'Instruction publique envisage un nouveau programme de mathématiques pour l'école moyenne mieux adapté aux exigences de notre temps. Actuellement un projet de réforme du système de l'enseignement dans l'école moyenne est à l'étude et fait l'objet de beaucoup de discussions; on s'attend à ce que des changements importants soient faits au programme des mathématiques dès qu'une décision finale aura été prise sur ce projet. On trouvera ci-dessous un extrait du programme détaillé rédigé en janvier 1928 par l'école moyenne attachée à l'École normale supérieure de Tokyo, et qui peut servir à indiquer les tendances récentes dans l'enseignement.

Extrait du programme détaillé des mathématiques de l'école moyenne attachée à l'École normale supérieure de Tokyo.

Année	Trimestre	Arithmétique et Algèbre	Géométrie	Trigonométrie
I	1	(4 heures par semaine) Nombres entiers, fractions décimales Poids et mesures Quatre règles Surface, volume Rapports, pourcentage, intérêt Différents problèmes sur les quatre règles Fractions Multiple, mesure Opérations sur les fractions		
	2	Fractions composées Proportion directe, proportion inverse Divers problèmes sur les fractions Introduction à l'algèbre Diagrammes		
	3	Les opérations sur les nombres entiers positifs et négatifs Addition et soustraction des polynômes Coordonnées Représentation graphique des expressions algébriques		

Année	Trimestre	Arithmétique et Algèbre	Géométrie	Trigonométrie
II	1	(2 heures par semaine) Equations linéaires à une inconnue Système de 2 équations linéaires à deux inconnues Problèmes d'application	(2 heures par semaine) Cours préparatoire	
	2	Multiplication et division des polynômes Décomposition en facteurs Réduction à la plus simple expression Equations fractionnaires	Triangle Polygone Lignes parallèles	
	3	Réduction à un dénominateur commun Opérations sur les expressions fractionnaires Equations à coefficients littéraux Rapport, proportion Problèmes d'application	Parallélogramme Lignes perpendiculaires obliques Arc circulaire, angle au centre	
III	1	(3 heures par semaine) Racine carrée Nombres irrationnels Equation du deuxième degré à une inconnue Equations de degré supérieur Equations irrationnelles	(2 heures par semaine) Sécante, tangente Segments Cercle inscrit, cercle circonscrit Système de deux cercles	

Année	Tri- mestre	Arithmétique et Algèbre	Géométrie	Trigonométrie
III <i>suite</i>	2	Exposants et logarithmes Intérêts composés	Lieux Problèmes de construction Expressions algébriques et construction géométrique Surface	
	3	Variation des fonctions et leur représentation graphique (fonctions du second degré, équations du second degré) Grandeurs proportionnelles Maxima et minima Inégalités	Surface (<i>suite</i>) Rapports, proportion Lignes proportionnelles	
	1	(2 heures par semaine) Variation des fonctions et leur représentation graphique Grandeurs inversement proportionnelles Équations simultanées du second degré	(2 heures par semaine) Polygones semblables Rapport des surfaces	(1 heure par semaine) Introduction à la trigonométrie Fonctions circulaires des angles aigus
IV	2	Équations simultanées du second degré (<i>suite</i>) Progression arithmétique	Polygones réguliers et cercles Circonférence et π Propriétés fondamentales des lignes droites et des plans Plans parallèles et lignes perpendiculaires et lignes droites	Fonctions circulaires des angles aigus (<i>suite</i>) Fonctions circulaires des angles obtus Propriétés des triangles

Année	Tri- mestre	Arithmétique et Algèbre	Géométrie	Trigonométrie
IV <i>suite</i>	3	Progressions géométriques Annuités	Angle dièdre Principes du dessin projeté et perspective Polyèdre, prisme, pyramide	Résolution des triangles Logarithmes des fonctions circulaires Arpentage élémentaire
	1	(2 heures par semaine) Permutations et combinaisons Formule du binôme Principes élémentaires des probabilités Fonctions et représentations graphiques, y compris les notions élémentaires de calcul différentiel	(2 heures par semaine) Volume du prisme et de la pyramide Polyèdre régulier Cylindre circulaire Cône circulaire Volumes du cylindre et du cône circulaires	(1 heure par semaine) Fonctions circulaires d'un angle quelconque
	2	Revision et suppléments	Sphère	Addition et multiples Application des angles Résolution des triangles
	3	Revision et suppléments	Revision et suppléments	Revision et suppléments

N.B. — (1) Chaque année scolaire de cette école moyenne est divisée en trois trimestres, à savoir, le premier du 9 avril au 10 juillet, le second du 1^{er} septembre au 24 décembre, le troisième du 8 janvier au 25 mars.

(2) Comme le montre ce tableau, l'horaire de ces écoles comporte juste une heure de plus pour la quatrième et la cinquième année que ne le prévoit le Ministère de l'Instruction Publique.

Phases actuelles de l'enseignement des mathématiques dans les Ecoles moyennes. — Bien que l'étude de la théorie soit dans l'enseignement des mathématiques une question de grande importance, c'est devenu un but essentiel que de donner un enseignement pratique, afin de cultiver l'aptitude des élèves à penser mathématiquement.

Dans le choix des matériaux on prend des précautions pour en fournir qui répondent au développement des enfants, qui puissent s'appliquer à eux, ou auxquels ils puissent s'intéresser. Ceux qui sont trop théoriques ou trop abstraits pour leur intelligence sont à éviter. Afin d'alléger la difficulté qu'éprouvent les élèves à apprendre les rudiments de l'algèbre ou de la géométrie, on a institué pour ces matières des cours préparatoires de manière à les intéresser à ces sujets nouveaux. Autrefois l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et la trigonométrie étaient enseignées tout à fait indépendamment les unes des autres, on s'efforce maintenant d'établir les liens étroits entre ces diverses branches, afin de donner aux élèves une connaissance bien organisée des mathématiques. La valeur disciplinaire de l'enseignement des mathématiques a été discutée; on a pris connaissance des opinions des psychologues américains, et ce sujet a été l'objet de beaucoup d'attention de la part de nos professeurs.

Les points suivants, qui portent sur les phases plus détaillées des études, donnent d'autres renseignements sur l'enseignement qui se donne actuellement.

1. — Les calculs numériques sont regardés comme très importants; c'est pourquoi on fait faire des exercices sur des problèmes numériques non seulement dans l'arithmétique des premières classes, mais aussi dans l'algèbre et la géométrie des plus hautes classes. On insiste sur les approximations, les calculs au moyen des tables de logarithmes et d'intérêts composés, et aussi sur l'exercice du calcul Soroban. En outre, certains professeurs préconisent l'emploi de la règle à calcul.

2. — Des théorèmes, qui étaient autrefois traités en arithmétique, sont maintenant enseignés avec l'algèbre, ce qui simplifie les explications, et des opérations courantes, qui exigent beaucoup d'expérience de la vie, sont données avec plus de profit dans les hautes classes; en conséquence l'enseignement arithmétique a diminué dans les basses classes, mais on croit généralement qu'il n'est pas très désirable d'y supprimer l'arithmétique pour commencer de bonne heure l'enseignement de l'algèbre et de la géométrie.

3. — On emploie, pour l'enseignement des poids et des mesures, de la géométrie et d'autres sujets d'expérimentation, l'arpentage et d'autres méthodes pratiques. En général, les écoles cherchent à adopter l'outillage moderne nécessaire à l'enseignement des mathématiques; certaines écoles possèdent des laboratoires de mathématiques et des classes spéciales, ou de bonnes collections de modèles et de spécimens; cependant, beaucoup sont encore insuffisamment outillés.

4. — Chaque professeur s'applique à enseigner simultanément les variations de fonctions et les représentations graphiques, mais il reste encore beaucoup à désirer dans l'étude des méthodes pratiques.

5. — Les permutations, les combinaisons et la formule du binôme ont été exclues du programme du Ministère de l'Instruction Publique, mais dans certaines écoles on enseigne ces notions, ainsi que le calcul des probabilités, puisqu'ils sont nécessaires aux problèmes de la vie. L'opinion qu'il est

nécessaire d'enseigner les premières notions de calcul différentiel à l'école moyenne a été soutenue par certains, mais elle est rarement appliquée.

6. — A la suite de l'addition de nouvelles matières d'enseignement, pour faire face aux besoins présents, certaines des anciennes matières ont été entièrement supprimées ou sont maintenant traitées superficiellement. A la dixième réunion annuelle de l'Association des Mathématiciens, qui a eu lieu cette année, on a proposé d'exclure les nombres imaginaires du programme des écoles secondaires. Cette idée a été soutenue par beaucoup, mais en fin de compte la proposition n'a pas été acceptée.

7. — Le plus grand obstacle à la réalisation complète du progrès idéal dans l'enseignement des mathématiques est le programme des examens d'entrée aux Ecoles supérieures. Le fait que ces examens comportent souvent des questions difficiles, sans tenir le moindre compte de ce qu'on enseigne dans les écoles secondaires, a naturellement contraint les professeurs de l'école moyenne à traiter des problèmes difficiles d'algèbre et de géométrie. Naturellement, cette condition est très éloignée des buts premiers de l'éducation secondaire. Le Ministère de l'Instruction Publique a donné en conséquence des instructions générales demandant que l'« immatriculation » des écoles moyennes supérieures soit décidée en tenant compte des résultats acquis à l'école moyenne par les candidats et demandant aussi que les examens d'entrée soient rendus beaucoup plus faciles.

8. — Alors qu'autrefois la méthode employée pour l'enseignement des mathématiques dans les écoles secondaires était celle d'un cours professé, sans se préoccuper si les élèves comprendraient vraiment ou non, beaucoup de professeurs se servent maintenant de la méthode heuristique.

La situation actuelle de l'enseignement des mathématiques dans les autres écoles secondaires est presque la même que celle qu'on vient de décrire pour l'école moyenne.

Ecoles supérieures de Filles. — Les Ecoles supérieures de Filles visent à donner une éducation générale plus avancée aux jeunes filles qui ont terminé leurs études élémentaires. Les cours sont de quatre ou cinq années. D'après le programme prescrit en 1914 par le Ministère de l'Instruction Publique, chaque classe doit comporter deux heures par semaine de mathématiques, surtout de l'arithmétique; mais dans les hautes classes on peut enseigner en outre les expressions algébriques simples, les équations, la géométrie plane et l'étude des solides simples. Beaucoup prétendent qu'afin d'intéresser les élèves aux mathématiques, il faut donner plus de temps à l'enseignement de l'algèbre et de la géométrie, et qu'en conséquence il convient d'allouer trois heures par semaine aux mathématiques.

En 1920, le Ministère de l'Instruction Publique a modifié comme suit l'horaire des mathématiques dans les Ecoles Supérieures de Filles, mais aucune répartition des matières, en rapport avec cet horaire, n'a encore été publiée:

Cours de	Année I	Année II	Année III	Année IV	Année V
5 ans	2	2	3	3	3
4 ans	2	2	3	3	3

La dixième réunion annuelle de l'Association des Mathématiciens, qui s'est tenue l'an dernier, a résolu de soumettre au Ministère de l'Instruction Publique le *voeu* suivant :

Nous croyons qu'il est bon d'allouer chaque année trois heures par semaine aux mathématiques sans tenir compte de la durée des études des Ecoles Supérieures de Filles; et nous estimons que l'horaire de chaque branche des mathématiques devrait être fixé comme suit :

Sujet	Année I	Année II	Année III	Année IV	Année V
Arithmétique	3	1	2	1	2
Algèbre		2	1	2	2
Géométrie			1	2	2
Revisions					1

(Les heures de géométrie de cinquième année doivent comprendre également la géométrie de l'espace et la trigonométrie.)

Il est peut-être bon de citer aussi une partie du *voeu* adopté à la troisième séance annuelle de l'Association des Mathématiciens, qui s'est tenue en 1921, et qui porte sur les détails de l'enseignement des mathématiques dans les Ecoles Supérieures de Filles pour cinq ans de cours.

Première année — trois heures par semaine — total 120 h.

Arithmétique (120 h.) : nombres entiers, fractions décimales, nombres complexes; poids et mesures, monnaies, temps, angles, propriétés des nombres entiers, fractions, rapport et proportion (proportion simple, proportion composée).

Deuxième année — trois heures par semaine — total 120 h.

Arithmétique (30 h.), rapport et proportion, suite (parties proportionnelles*, alliage); pourcentage; intérêt.
Algèbre (90 h.) : introduction, nombres positifs et négatifs; opérations sur les polynômes; équations linéaires à une inconnue; systèmes d'équations linéaires.

Troisième année — trois heures par semaine — total 120 h.

Algèbre (70 h.) : facteurs; plus grand commun diviseur; plus petit multiple commun; expressions fractionnaires; équations fractionnaires; racine carrée; équation du second degré à une inconnue; équations fractionnaires.
Géométrie (50 h.) : cours préparatoire; triangle; polygones (côtés, angles, similitude, surface).

Quatrième année — trois heures par semaine — total 120 h.

Algèbre (60 h.) : équations simultanées contenant des équations du second degré; rapports et proportion; progressions arithmétique et géométrique; divers.

* Les sujets marqués d'un * doivent être traités successivement.

Géométrie (60 h.) : cercle (arc, corde, angle au centre, angle inscrit, segment, sécante et tangente, deux cercles, figures inscrites et circonscrites, circonférence et surface du cercle); proportions, lignes proportionnelles.

Cinquième année — trois heures par semaine — total 120 heures.

Géométrie (70 h.) : proportions, suite (figures semblables, rapport des surfaces, fonctions circulaires des angles aigus); ligne droite et plan; prisme et pyramide; cylindre circulaire et cône; sphère.
Arithmétique, algèbre et géométrie (50 h.) : opérations journalières (assurance, impôts, cautions, rentes viagères, paiements à tempérament, achats quotidiens, paiements et honoraires, comptabilité ménagère); révision du cours de l'année précédente et suppléments.

N.B. — 1) Le calcul Soroban doit être pratiqué chaque année par un arrangement de l'horaire.

2) Les représentations graphiques sont laissées à la discrétion du professeur.

3) Les constructions géométriques simples et les lieux géométriques doivent être utilisés dans toutes les occasions convenables.

4) Dans l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie, on doit s'efforcer de faire faire du travail expérimental et des mesures par les élèves.

5) On doit familiariser l'élève avec l'usage des lettres lorsqu'on enseigne l'arithmétique et des les premières leçons d'algèbre.

Le programme des mathématiques préparé par l'Association Mathématique pour les Ecoles Supérieures de Filles, dont le cours est de quatre ans, est semblable à celui donné ci-dessus, mais l'algèbre et l'étude des fonctions circulaires sont réduites ou supprimées. En 1923, l'Association a préparé les programmes de mathématiques pour les cours supplémentaires des Ecoles Supérieures de Filles et des Ecoles Supérieures Réelles de Filles.

On peut dire que l'enseignement des mathématiques dans les écoles de filles a fait des progrès remarquables au cours de la dernière década, mais tandis qu'on s'est beaucoup plaint de la difficulté qu'on éprouve à enseigner les mathématiques aux jeunes filles, il est certain qu'on a tendance à enseigner dans les Ecoles Supérieures de Filles, qui ont d'excellentes élèves, les mathématiques de même niveau que dans les Ecoles Moyennes. Cependant il est avant tout à désirer que les filles soient instruites en vue des nécessités de la vie: il y a augmentation constante du nombre de jeunes filles qui désirent suivre les cours supplémentaires des Ecoles Supérieures de Filles ou les cours d'autres institutions supérieures, mais ce nombre est encore faible relativement à celui des garçons qui se destinent à un enseignement supérieur.

Ecoles normales. — L'école normale est l'institution qui prépare à leurs fonctions les instituteurs de l'école primaire; ses horaires et ses programmes ont été révisés en 1926 par le Ministère de l'Instruction

Publique afin de répondre aux exigences des temps modernes. Cette institution se partage en deux divisions: la première s'étend sur cinq années et admet les élèves qui ont terminé les cours de première ou deuxième année de l'école primaire supérieure; la seconde division pour les garçons est destinée aux gradués de l'école moyenne; son cours est d'un an, tandis que la seconde division pour les filles reçoit les graduées des Ecoles Supérieures de Filles, et son cours dure de un à deux ans. Un cours supplémentaire a été rattaché récemment à ces cours afin de donner aux gradués un enseignement plus développé sur des sujets choisis et en faire d'excellents instituteurs d'écoles primaires.

Voici le programme des mathématiques pour l'École Normale de Garçons:

PREMIÈRE DIVISION.

PREMIÈRE ANNÉE: quatre heures par semaine.

Arithmétique et algèbre. — Nombres entiers, fractions décimales, fractions; proportion, pourcentage; nombres négatifs; polyômes (addition, soustraction, multiplication, division); équations linéaires (équations linéaires à une inconnue, système d'équations, variation des valeurs des fonctions linéaires et leur représentation graphique). *Géométrie.* — Construction de figures planes simples; construction de modèles de corps solides simples; mesures des longueurs, angles, surfaces et volumes, lignes droites (angle, lignes parallèles); figures rectilignes (triangle, parallélogramme).

DEUXIÈME ANNÉE: quatre heures par semaine.

Arithmétique et algèbre. — Expressions fractionnaires (facteurs, plus grand commun diviseur, plus petit multiple commun, réduction à la plus simple expression, réduction au plus petit dénominateur commun, addition, soustraction, multiplication, division, équations fractionnaires); équations du deuxième degré (racine carrée, nombres irrationnels, équations à une inconnue, systèmes d'équation, variation de fonctions du second degré et leur représentation graphique). *Géométrie.* — Cercle (arc, corde, angle au centre, angle inscrit; segment, tangente, deux cercles, figures inscrites et circonscrites); lieux, problèmes de construction.

TROISIÈME ANNÉE: quatre heures par semaine.

Arithmétique et algèbre. — Proportion (raison, proportion, grandeurs directement et inversement proportionnelles, représentation graphique); progressions arithmétique et géométrique; logarithmes; pourcentage (pourcentage, intérêt, annuités).

Géométrie. — Surface; proportions (lignes proportionnelles, figures semblables); circonférence et surface du cercle; fonctions circulaires, résolution des triangles; arpentage simple.

QUATRIÈME ANNÉE: trois heures par semaine.

Algèbre. — Permutations et combinaisons; formule du binôme; probabilités.

Géométrie. — Plan et ligne droite (plans et lignes droites, deux plans, angle dièdre, angle solide); polyèdres (prisme, pyramide); corps ronds (cylindre circulaire, cône circulaire, sphère).

Arithmétique. — Diverses solutions de problèmes d'application; méthode de construction de problèmes; opérations journalières; pratique du calcul Soroban.

Méthodes de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles primaires. But; choix et arrangement des matières; méthodes d'enseignement; instruments et conseils utiles pour la pratique de l'enseignement; étude des manuels des écoles primaires.

CINQUIÈME ANNÉE: trois heures par semaine.

Revision et compléments. — Rapport entre le nombre et la grandeur; nombres, expressions algébriques; équations, inégalités; fonctions et leurs représentations graphiques; maxima et minima; méthode générale pour trouver le plus grand commun diviseur; racine carrée, racine cubique; principe des projections et de la perspective; sections coniques; ellipsoïde.

SECONDE DIVISION.

PREMIÈRE ANNÉE: deux heures par semaine.

Arithmétique. — Diverses solutions des problèmes d'application; méthode pour la construction des problèmes; opérations journalières; pratique du calcul Soroban.

Méthode de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles élémentaires. (Semblable à l'enseignement de la première division.)

COURS SUPPLÉMENTAIRE: quatre heures par semaine.

Algèbre et géométrie. — Permutations; combinaisons, probabilités; progressions; logarithmes; théorie des équations; lieux, problèmes de constructions géométriques.

Trigonométrie. — Fonctions circulaires, équations trigonométriques, triangle sphérique.

Aperçu de la géométrie analytique.

Aperçu du calcul différentiel.

Etude de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles élémentaires.

N.B. — Dans les remarques qui accompagnent ce programme, il est dit que dans chacune des années il doit être traité un nombre suffisant d'exercices sur les opérations, et que les élèves doivent être habitués aux approximations; ils doivent être familiarisés avec l'usage de la règle à calcul, des tables de logarithmes et d'intérêts composés; enfin l'enseignement des lieux, des constructions et des surfaces doit être prolongé sur d'autres années que celles qui sont prévues dans le programme.

Dans le programme révisé, les matières étudiées dans la première division de l'école normale pour les filles sont les mêmes que celles de l'école normale des garçons, sauf qu'il y a une heure en moins de mathématiques en troisième année.

Dans l'ancien système, les professeurs et les élèves des écoles normales étaient surmenés, parce que la connaissance générale des

mathématiques devait être traitée avec un horaire relativement restreint; en outre il fallait également étudier les méthodes d'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire. Le programme révisé a augmenté les heures d'enseignement et rendu l'enseignement beaucoup plus important. Cette modification du programme a été faite naturellement en comparaison avec le programme préparé en 1924 par l'Association Mathématique. Comme le programme ne contenait pas de matières détaillées pour le cours supplémentaire, les détails ont été discutés et étudiés par certains membres de l'Association à chacune des réunions annuelles des quelques dernières années.

III. ÉCOLE MOYENNE SUPÉRIEURE.

Cours d'études. — Le cours de l'École moyenne supérieure dure sept ans. Le cours ordinaire occupe les quatre premières années, dont le programme est le même que celui des quatre premières années de l'École Moyenne; et le cours supérieur dure les trois autres années. Bien que certaines écoles moyennes supérieures comprennent sept années de cours aient été fondées récemment, la plupart des écoles moyennes supérieures possèdent seulement le cours supérieur.

Le cours supérieur se partage entre cours de lettres et cours de sciences. Dans la première année du cours de lettres, trois heures par semaine sont attribuées aux mathématiques, et d'après le programme de 1923 du Ministère de l'Instruction Publique, on doit y enseigner des compléments de géométrie (espace) et d'algèbre, et un aperçu de la trigonométrie; de la géométrie analytique plane et du calcul différentiel.

Dans le cours de sciences, quatre heures par semaine sont attribuées aux mathématiques chaque année, et le programme de 1926 du Ministère de l'Instruction Publique prévoit la géométrie de l'espace (environ 20 heures), la trigonométrie (environ 40 heures), la géométrie analytique (à 2 et 3 dimensions, environ 70 heures), l'algèbre (environ 60 heures), et le calcul différentiel (environ 170 heures); en outre on peut enseigner à ceux qui le désirent la dynamique (2 heures par semaine).

J'ai donné un résumé des principaux changements qui ont été apportés récemment dans l'enseignement des mathématiques dans les différentes écoles de l'enseignement ordinaire. En conclusion, je désire exprimer mes remerciements chaleureux à mes collègues les Professeurs T. Ando, R. Kurokawa et autres pour l'aide généreuse qu'ils m'ont donnée pour la préparation de ce rapport.

XXIX^e ANNÉE, 1930. — Nos. 4-5-6.

Hommage de l'auteur.

(Paru en avril 1931)

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT

PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE

REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1899 par C.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRIGÉE PAR

H. FEHR

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Genève

A. BUEHL

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique dans les principaux pays depuis 1910 :

(Suite)

Scandinavie, par P. HEGGAARD
TCHÉCOSLOVAQUIE, par G. VETTER

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & C^o, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & C^o, ÉDITEURS

1930

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) ¹

SCANDINAVIE

Par le Prof. Paul HEEGAARD (Université d'Oslo).

Période de Consolidation. — Pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques en Scandinavie, les années postérieures à 1910 peuvent être définies comme une période de consolidation des grandes réformes de la fin du dix-neuvième siècle et du commencement du vingtième siècle où ont été rassemblés des matériaux pour de nouveaux projets. Le travail préliminaire à ces projets est assez avancé au Danemark et en Norvège; en Suède il a abouti à la Loi de 1928. Cependant en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques le changement ne sera pas très important.

Pendant la période qui nous occupe, l'intérêt est surtout concentré sur l'enseignement secondaire. Bien que les trois pays scandinaves soient indépendants les uns des autres en tant qu'États, ils sont cependant unis par des liens puissants. Les causes en sont partiellement historiques et géographiques et tiennent pour partie à l'affinité des langues. Pour l'évolution de l'enseignement, il y a entre eux une conformité évidente.

¹ Voir dans *l'Ens. math.*, 28^{me} année, 1929, 1^{er} fascicule, p. 5-27, les articles consacrés à la France, à l'Italie et à la Suisse; 2^{me} fascicule, p. 238-286; Allemagne, Angleterre, Hollande; 29^{me} année, 1930, 1^{er} fascicule, p. 113-156; Autriche, États-Unis, Japon.

Types d'écoles. — Dans ces trois pays il existait au dix-neuvième siècle trois types d'écoles différents sans aucun rapport organique: 1^o *Latinskolen* (école classique), préparant aux carrières officielles. 2^o *Borgerskolen* (école des classes moyennes). 3^o *Folkeskolen* (école publique). Par application des réformes rappelées, les deux premiers types d'écoles ont été rattachés au Danemark et en Norvège à une école secondaire, avec deux cycles successifs — la *Middelskolen* et le *Gymnasiet* (école moyenne et gymnase). Cette réforme a été le résultat du progrès politique de la démocratie. L'examen de sortie du gymnase (*Aritium*) était avant tout destiné à prouver l'acquisition d'un enseignement avancé. Mais ce diplôme confère le droit d'entrer à l'Université. Le nombre de ceux qui profitent de ce droit s'accroît d'une manière surprenante.

L'enseignement de l'école secondaire en Norvège est surtout défini par la Loi de 1896, complétée par des règlements ministériels et par les lois supplémentaires de 1897, 1902, 1910 et 1919 (Cf. *Lov om højere Almenskoler* (1) *Middelskolen*, (2) *Gymnasiet*, Christiania, 1911). Au Danemark la nouvelle orientation a été créée par la Loi de 1903 (Cf. *Lov om højere Almenskoler* m.m., Copenhague, 1907; et la suite, *Reisregler* (2) 1908, (3) 1912, (4) 1917, (5) 1923).

En Suède la réforme a commencé avec la loi de 1905 (Cf. *Förslutnings-handbok angående rikets allmänna läroverk*, utgiven av B. J. Bergquist och Alfred Nordfelt. Första delén. Stockholm, 1910).

Il n'est pas nécessaire d'entrer dans les détails en ce qui concerne le Danemark et la Suède pour ce qui précède 1910. Il suffira de se reporter aux rapports publiés sous les auspices de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique¹.

Pour la Norvège il n'existe pas d'ouvrage de ce genre; aussi est-il indispensable de donner ici un court aperçu de la question. La réforme de 1869 a réuni spécialement en Norvège l'école moyenne et le gymnase. Mais l'entrée dans la première de ces deux écoles était telle qu'elle faisait naturellement suite à l'école publique. La tendance était de faire de l'école publique complète le seul antécédent nécessaire de l'école moyenne. Ce plan a été entièrement réalisé en 1920. Ainsi l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre à l'école publique prépare l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre à l'école moyenne. En théorie l'organisation de l'école moyenne est toujours basée sur la Loi de 1889 et la préparation de ses professeurs sur la Loi de 1902, mais naturellement de nombreux changements ont été amenés dans l'intervalle. Le Ministre des Cultes et de l'Instruction

Publique est à la tête de cette organisation aussi bien qu'à la tête des autres types d'écoles. Le Ministre sanctionne tout livre de classe nouveau. Il en résulte qu'il dirige l'évolution de l'enseignement dans les écoles et en même temps laisse une certaine latitude à l'initiative privée.

Manuels d'Arithmétique. — Les trois manuels d'arithmétique les plus répandus sont ceux de J. NICOLAYSEN, Ole JOHANNSEN et Olav SCHULSTRAND. Ils traitent les sujets suivants: les quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers, les fractions simples et décimales, des applications à la vie quotidienne, intérêts, escompte; surface des parallélogrammes, triangles, trapèzes et cercles; volumes simples; comptabilité ménagère et comptabilité simple.

Le plus ancien de ces manuels, celui de J. Nicolaysen, tendait à rendre l'enseignement beaucoup plus clair et intelligible qu'auparavant. Celui d'Ole Johannsen insiste sur l'importance du raisonnement serré et simple. Celui d'Olav Schulstad choisit les problèmes dans les sujets qui intéressent les enfants, et seulement ceux qui ont des applications pratiques. L'ouvrage est complété par des instructions pour le maître. On y insiste sur l'étude approfondie des éléments de l'arithmétique.

Tout ce mouvement manifeste une tendance marquée vers la suppression de toute matière inutile, y compris les calculs de fractions insitées et la recherche de volumes curieux, mais sans objet. Les résultats des recherches modernes dans la psychologie de l'enseignement des mathématiques n'ont pas encore attiré assez l'attention. Bien que les anciennes méthodes puissent être très critiquées, il faut avouer que pour ce qui est de la pratique du calcul, leurs résultats étaient en général très satisfaisants.

D'après les dispositions de la Loi de 1896, l'école moyenne avait au plus quatre classes, et généralement n'en avait que trois, les élèves admis étant censés bien connaître le système numérique et les unités courantes de valeur, poids, mesure et temps, les quatre opérations des nombres entiers et des fractions décimales, des applications, pratiques simples et devant avoir l'habitude du calcul mental. Depuis 1920 ces écoles n'ont généralement que trois classes.

Buts. — Le programme de l'enseignement est:

1^o Habitude du calcul pratique et son application aux problèmes de la vie courante, y compris le calcul de la racine carrée, le calcul des surfaces et des volumes et la comptabilité élémentaire.

2^o L'arithmétique et l'algèbre jusqu'à la théorie des exposants, avec les nombres rationnels seulement; les radicaux et des équations simples du premier degré.

¹ *Der mathematische Unterricht in Schweden*, von H. von Koch und E. Göransson. *Der Mathematikunterricht in Dänemark*, Bericht erstattet von Paul HERRAARD, Copenhague, 1912.

Der mathematische Unterricht in Dänemark, Leipzig, 1915.

Voir aussi: Fr. Fabricius BIERNE, *Matematikkens Stilling i den højere Skole*, *Mathematisk Tidsskrift* A, Copenhague, 1927

3^o La géométrie, y compris la théorie des triangles semblables, des problèmes de construction et de mesure des figures planes, ainsi que les problèmes les plus faciles sur les polygones et les cercles.

La Loi de 1902 limite les classes du gymnase à trois et permet aux élèves de suivre l'un quelconque de ces différents groupes d'enseignement: a) *Reallinjen*, d'un caractère surtout mathématique et physique et b) enseignement linguistique et historique avec ou sans latin.

Le programme assigné par la Loi de 1910 à l'enseignement des mathématiques de toutes sortes comprend les éléments d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie plane continuant ce qui a été fait à l'école moyenne; les éléments de la trigonométrie; des problèmes de construction et de calcul. En outre dans les *Reallinjen*: l'algèbre supérieure, la suite de la trigonométrie, les éléments de la géométrie dans l'espace, et les sections coniques traitées analytiquement, les éléments de la géométrie descriptive, avec des exercices de dessin. *Il est permis, si on le désire, de substituer à certaines parties du programme ci-dessus le calcul différentiel élémentaire et ses applications.*

Deux types d'École Normale. — Bien que la réforme de 1896, à laquelle il a été fait allusion, ait jusqu'à un certain point comblé le fossé qui séparait différents types d'école, résultat de conditions sociales anciennes, la ligne de démarcation existe encore entre les deux types d'école normale où se prépare le personnel enseignant; à savoir la « séminaristique » (pour les écoles publiques) et l'« académique ». C'est dans la première de ces écoles normales qu'on a d'abord donné un enseignement pédagogique systématique. Actuellement cet enseignement est régi en gros par la Loi de 1902.

Avant la réforme de l'enseignement secondaire, on regardait l'enseignement théorique de l'Université comme suffisant pour préparer les professeurs de gymnase; mais depuis cette réforme on a donné de plus en plus d'importance au côté pédagogique de l'enseignement que reçoivent les professeurs à l'Université. Aux cours académiques préparant à un grade de l'Université à Oslo, a été adjoint un séminaire pédagogique où sont donnés à la fois l'enseignement théorique et l'enseignement pratique (Cf. *Reglement for den spraghistoriske og den matematisk-naturvidenskabelige embedsksamnen og den pädagogiske eksamen*, 1905, et *Reglement for det pädagogiske seminar og pädagogiske eksamen*, 1908). Depuis 1910 ce système de préparation pédagogique a été encore développé. Le Ministère de l'Instruction Publique a dirigé ce développement en partie par des règlements, en partie par l'autorisation de manuels nouveaux, et en partie par le Conseil d'Education qui inspecte l'enseignement et les examens.

Le programme d'enseignement secondaire, publié par le Ministère en 1911, recommandait l'horaire hebdomadaire suivant:

Sujet	Heures			
	I	II	III	IV
1. École moyenne à 4 classes (sans chant et gymnastique) Mathématiques y compris l'arithmétique	32	32	32	32
<i>Reallinje</i> du gymnase: (comme ci-dessus)	6	5	5	5
Mathématiques	30	31	31	
Géométrie descriptive	5	6	6	
3. Section linguistique du gymnase (comme ci-dessus)		1	1	
Mathématiques	30	30	30	0
	5	3		

Peu à peu l'école moyenne se transforme en une école moyenne à trois classes, faisant suite aux écoles publiques à sept classes dites « *Enhetsskolen* » (École unique).

On tend, dans l'enseignement, à décourager la pratique de l'usage de la mémoire seule et le formalisme inutile, qui caractérisaient trop manifestement l'enseignement d'autrefois; on cherche à développer la compréhension réelle, l'activité personnelle, la clarté de l'expression et le contact avec la vie pratique.

Cette tentative pour faire de l'ensemble des mathématiques un tout harmonieux a déjà eu pour résultat, non seulement d'amener plus de cohésion entre les différentes parties de cet enseignement, mais aussi de mettre celui-ci en rapport direct avec la vie pratique et la marche de la civilisation. Par exemple l'enseignement de l'arithmétique dans la Première Classe de l'École Moyenne a été réorganisé de manière à constituer une préparation plus naturelle à l'arithmétique et à la géométrie qui seront étudiées par la suite. Par des leçons de choses, le professeur amène les élèves à une compréhension des idées fondamentales des mathématiques beaucoup plus claire qu'autrefois. On y parvient en faisant appel avec plus de succès à l'intuition des élèves. Par ce moyen, le passage aux mathématiques théoriques avec leurs déductions scientifiques est rendu plus naturel et plus simple. On est également arrivé à la conclusion qu'on parvient plus facilement à une éducation libérale en faisant un usage modéré de détails historiques.

Examens. — Les examens sont en partie écrits et en partie oraux. Pour les examens écrits on donne à l'école moyenne quatre problèmes, dont deux d'arithmétique (3 heures) et deux de mathématiques (3 heures), et au gymnase, trois problèmes de mathématiques et un de géométrie descriptive, basés en partie sur les questions de cours.

L'usage des tables de logarithmes, carrés, cubes, racines carrées, racines cubiques et fonction $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^n$, est autorisé. Les problèmes écrits sont proposés en même temps à toutes les écoles par un Conseil d'Examen ministériel.

Le Gymnase. — En 1919 on a apporté à l'organisation du gymnase certains changements, mais qui ne sont pas d'une importance vitale pour l'enseignement des mathématiques. Auparavant la séparation entre les séries spécialisées ne commençait qu'à la Seconde. Mais maintenant elle commence en Première, où l'on a ajouté un cours de langues comprenant le grec. Voici son horaire :

	I	II	III
	Heures par semaine		
<i>Reallinie :</i>			
Mathématiques	6	5	6
Série linguistique :			
Mathématiques	5	3	0

Pour les séries linguistiques, la part des mathématiques a été quelque peu diminuée. Aux examens il est permis d'utiliser les tables de logarithmes (à quatre décimales) des nombres et des fonctions trigonométriques, les décimales d'un degré remplaçant les minutes et les secondes. En ce qui concerne les manuels, les arithmétiques Ole JOHANNESSEN et FÖRÉN-JURBL sont employés à l'école secondaire. La plupart des manuels de mathématiques (par BONNEVIE, SÖRENSEN, ELIASSEN, ALEXANDER, C. M. GULDBERG, PLATOU et Ole JOHANNESSEN) relèvent de l'ancienne méthode; mais les manuels de M. ALFSEN (*Plangeometri for middelskole*, *Algebra 1 & 2*, *Plan trigonometri*, *Elementaer stereometri*, *Analytisk plangeometri*) sont très influencés par les idées modernes. Ils montrent le passage d'un formalisme abstrait à une clarté concrète, et s'éloignent de la forme euclidienne. Il n'est pas suffisant de savoir qu'un théorème mathématique est exact; l'élève doit aussi, autant que possible, savoir pourquoi. Afin d'exercer l'œil à la géométrie, l'auteur se sert du mouvement comme moyen de preuve (symétrie, rotation). La même méthode est adoptée pour les sections coniques. Pour l'algèbre élémentaire, on insiste sur la possibilité d'appliquer ce sujet à la vie courante et sur son importance pour l'économie de la pensée.

Les idées modernes se font également jour dans une série de manuels pour autodidactes par Almar Næss. On y insiste particulièrement sur la nécessité de la clarté de l'expression. Le lecteur se prépare souvent inconsciemment aux théorèmes généraux, où il est mené inductivement par une série d'exemples numériques.

Comme on l'a déjà dit, la tendance dans l'évolution de l'enseignement des mathématiques a été la même dans les divers pays scandinaves. Néanmoins les idées nouvelles ont été plus rapidement acceptées au Danemark et en Suède qu'en Norvège. C'est ainsi que dans les trois pays les écoles sont autorisées à introduire dans leur enseignement les éléments du calcul différentiel. Au Danemark et en Suède, c'est une matière généralement adoptée et qui a été très bien accueillie. En Norvège on commence un peu, en utilisant les manuels de R. TAMBIS LYCHE et d'Edgar JOHANNESSEN.

Au Danemark les manuels un peu pesants de Niels NIELSEN, KRAHN et KRÜGER séparent rigoureusement les différentes branches du sujet, matériellement et méthodiquement. Les premiers ouvrages qui aient accueilli les idées modernes et surtout celles de Felix Klein ont été ceux de T. BONNESEN, publiés de 1904 à 1909, qui d'une part abordent rapidement le concept des fonctions par des représentations graphiques et d'autre part font une distinction plus nette entre les axiomes et les théorèmes (Cf. RÖNNEBERG, *Der mathematische Unterricht in Dänemark*, pp. 29-32). Beaucoup de ces idées se trouvent aussi dans les livres de PINTL et de KRISTENSEN (1926-27). La théorie des nombres irrationnels y est donnée d'après G. Cantor.

Pour les hautes classes, les ouvrages qui ont éveillé le plus d'intérêt et qui ont été les plus discutés sont ceux de J. HERMULEV, *Elementar geometri* (1) 1916; (2) 1919; (3) 1924; (4) 1923; son *Elementar aritmetik* (1) 1925; (2) 1926; et sa *Den lille geometri* (1) 1925 Copenhague. Son système est basé sur la distinction qu'il fait entre la « géométrie de la réalité » (*Virkelighedsgeometri*) et la « géométrie de l'abstraction » (Cf., par exemple, *Die Geometrie der Wirklichkeit*, *Acta mat.*, Vol. 40). La première est une science des choses (arrête d'une règle, sommet d'une table etc...) considérées empiriquement et inductivement, ses théorèmes n'étant prouvés que partiellement. La seconde est une science formelle, de concepts définis, déductive et précise. Pédagogiquement la géométrie de la réalité a l'avantage de traiter d'objets réels, mais il manque à ses théorèmes la simplicité de la géométrie abstraite. L'enseignement moderne de la géométrie, qui insiste sur la valeur fondamentale de l'intuition, est à proprement parler une combinaison des deux. Comme tous les manuels de caractère révolutionnaire, ceux d'Hjelmslev ont eu de la difficulté à pénétrer dans les écoles.

L'enseignement des mathématiques dans les séries linguistiques a été très discutée au Danemark au cours de ces dernières années (Cf. *De højere Almenskoleers Lærertørens Beretning*, 1913, pp. 96-120, et Fr. FABRICIUS-BJERRÉ dans *Matem. Tidsskrift A.*, 1927 pp. 90-94). Certains professeurs voudraient garder les mathématiques théoriques actuellement en usage, qui exercent à un raisonnement rigoureux, tandis que d'autres réclament des mathématiques plus pratiques avec des exercices s'appliquant à la vie réelle. D'autres

encore ne voudraient pas du tout de mathématiques. C. Hansen, qui a remanié les ouvrages bien connus de J. PETERSEN, a dans son livre *Avenidi Mathematik* (Copenhague, 1924) appliqué les mathématiques à la mécanique et à l'astronomie sphérique. Cet ouvrage est employé depuis plusieurs années avec succès à l'«Ecole Métropolitaine». Pour avoir, sur la question, des données plus nombreuses, le Ministère de l'Instruction Publique a autorisé en 1924 les écoles à substituer aux mathématiques théoriques un programme plus pratique.

Comme au Danemark, les idées nouvelles ont déjà trouvé place dans les manuels suédois. C'est ce que révèlent l'introduction du concept de la fonction des méthodes graphiques, des tables de logarithmes à quatre décimales, et l'effort fait pour atteindre à un style moins pesant. D'après les renseignements que le Dr ALANDER a bien voulu me donner, l'idée de fonction a été accueillie avec une satisfaction générale. Les ouvrages employés le plus communément sont ceux de JOSEPHSON, MATTSO et WÄNGBLÉN. L'introduction des méthodes graphiques en algèbre a au contraire été l'objet d'une vive opposition et c'est en partie pour cette raison que les ouvrages de MATTSO et HENSTRÖM-RENDANL n'ont pu, comme WÄNGBLÉN, remplacer l'ouvrage plus ancien, mais toujours excellent, de MÖLLER.

Les manuels les plus employés sur les sections coniques sont ceux de COLLIN et d'HENSTRÖM-RENDANL; et en trigonométrie c'est l'ouvrage de ces deux auteurs qui est le plus apprécié. On y a réduit le nombre des formules, et les exemples y sont plus simples.

En 1910 il a été créé une Ecole technique supérieure à Drontheim (Nidaros, Norvège). L'enseignement des mathématiques et de la géométrie descriptive correspond à celui qui se donne dans les autres établissements similaires scandinaves. En dehors de cette création, il n'y a pas eu de modifications importantes dans l'enseignement des mathématiques dans les hautes écoles scandinaves, si ce n'est une meilleure adaptation de l'organisation aux idées nouvelles.

Une innovation importante est celle de l'enseignement donné aux futurs actuaires. Autrefois cet enseignement était organisé par les Compagnies d'Assurances elles-mêmes; mais en 1917 un examen d'actuaire a été institué aux Universités d'Oslo et de Copenhague, et en 1929 en Suède. Le programme comporte, outre les mathématiques pures, la théorie des probabilités, l'ajustement des comptes, l'interpolation, la statistique, la théorie mathématique des assurances et l'économie politique.

Oslo, avril 1927 et janvier 1931.

TCHÉCOSLOVAQUIE

Par le Dr Quido VETTER (Prague).

Introduction. — Pour ne pas dépasser le nombre de pages réservé à cet article, nous nous bornerons aux branches mathématiques proprement dites: l'arithmétique, la géométrie et la géométrie descriptive enseignée dans les écoles secondaires — surtout dans les gymnases et les écoles réelles, car l'enseignement donné dans ces écoles influence aussi celui des écoles professionnelles ou la spécialisation de l'enseignement est déterminée par le but particulier qui y est poursuivi. L'enseignement mathématique des écoles supérieures ne nous intéressera que pour autant que celles-ci préparent de futurs professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire.

Deux périodes de cet enseignement. — Toute la vie — et par conséquent la vie scolaire — est divisée, dans les vingt dernières années, en Tchécoslovaquie, en deux périodes présentant des différences fondamentales. Avant le 28 octobre 1918, époque où l'indépendance de notre Etat a été recouvrée et après cette date. La première de ces périodes — autrichienne — peut être divisée de nouveau en deux parties: avant la guerre et pendant la guerre (après 1914). L'époque qui a précédé la guerre est caractérisée par la réforme autrichienne des écoles secondaires en 1909, réforme élaborée avec la collaboration de M. Fr. DRTINA, professeur à l'Université de Prague, qui, plus tard, a organisé le ministère tchécoslovaque de l'Instruction publique et de l'éducation populaire. Cette réforme a eu comme résultats: moins de travail pour les élèves, travail scolaire plus intensif, et une certaine préparation de l'école active, par exemple par l'introduction des examens d'orientation professionnelle. Un changement radical dans l'enseignement mathématique a été opéré par le fait que la conception de la fonction était mise au centre de l'enseignement mathématique et qu'on a introduit le calcul infinitésimal — tout cela en accord avec le mouvement réformiste dans l'Europe centrale, lequel était sous l'influence directrice du prof. F. KLEIN.

En Autriche — et maintenant en Tchécoslovaquie — presque toutes les écoles secondaires sont des écoles d'Etat. Les écoles privées, elles aussi, doivent se conformer aux règles prescrites pour les écoles d'Etat, surtout quant aux programmes, à la qualification des insti-

tuteurs et aux manuels scolaires qui doivent être approuvés par le ministère. C'est pourquoi il n'y avait pas de différence — jusqu'en 1918 — entre les conditions de l'enseignement mathématique sur le territoire de la République tchécoslovaque d'aujourd'hui et sur celui d'autres pays de l'ancienne monarchie. C'est aussi pourquoi le rapport de MM. Dr K. Vorovka, L. Červenka et Dr V. Posejpal, de l'année 1914, se bornait uniquement aux manuels tchèques des mathématiques et des branches voisines, parce que c'était surtout dans les manuels que la différenciation tchèque pouvait se manifester. C'est aussi pourquoi je trouve superflu de parler ici de cette période qui sera sûrement expliquée en détail dans le rapport sur les écoles autrichiennes.

Le mouvement nouveau dans le temps d'avant-guerre. — Notre travail d'avant-guerre était caractérisé par la tâche de nos instituteurs de mathématiques de s'initier aux méthodes et matières nouvelles, prescrite par des programmes nouveaux. Ils ont rassemblé ainsi des expériences et, se basant sur elles, ils ont pu commencer à les critiquer. L'enseignement tchèque des mathématiques dans les écoles secondaires a eu ce bonheur que juste au moment de la réforme autrichienne de l'année 1909 était entrée en activité la génération née vers 1880. Cette génération comptait quelques personnalités douées, auteurs des manuels de mathématiques, qui étaient déjà pénétrés par les idées de la réforme mentionnée plus haut. Ce sont surtout M. le Dr B. Bydžovský, professeur à l'Université de Prague, M. Lad. Červenka, inspecteur scolaire pour la Bohême, M. le Dr J. Jemišta, mort récemment, directeur de la section pédagogique au ministère de l'Instruction publique, M. le prof. B. Mašák, sous-directeur de l'Observatoire d'État, M. J. Muk, professeur de gymnase à Prague, M. J. Pithard, directeur de l'école réelle à Prague, M. le Dr V. Posejpal, professeur à l'Université de Prague, M. K. Rašín, décédé récemment, professeur à l'école réelle à Prague, M. Seyfert, professeur à l'Université à Brno, et M. le Dr M. Valouch, chef de section au ministère de l'Instruction publique.

Les conséquences de la guerre. — La guerre a apporté une stagnation partout, dans la vie publique aussi bien qu'à l'école. Nombre insuffisant d'instituteurs par suite du fait que les meilleurs étaient appelés sur le front, craintes pour l'avenir du peuple, situation économique pénible et insuffisance des vituailles ont épuisé les instituteurs restés à la maison au point de ne plus pouvoir songer à une activité un peu plus effective. Mais quand on a senti en 1917 que le Gouvernement autrichien préparait une réforme scolaire défavorable aux nations opprimées, les représentants tchèques se sont réunis pour ouvrir une enquête sur la réforme de l'école secondaire. Ayant pris ce caractère officiel, ils étaient obligés de suivre dans leurs discussions des généralités du sujet et de respecter la situation donnée.

L'Union des mathématiciens et physiciens tchèques. — À côté de cette corporation officielle c'est l'Union des mathématiciens et physiciens tchèques, qui groupe tous les professeurs secondaires et supérieurs de mathématiques et de physique de nationalité tchèque (une des premières associations des spécialistes tchèques) qui a préparé et élaboré jusque dans ses détails le projet d'une nouvelle école secondaire tchèque.

En été 1917, le comité de l'Union a nommé une commission pour la réforme de l'école secondaire qui s'est divisée en commissions pour mathématiques, géométrie descriptive et physique. Dans les deux premières, à côté des auteurs du compte rendu et des manuels scolaires déjà cités se trouvaient encore MM. les Drs B. Hosiňský, professeur à l'Université de Brno, K. Vorovka, professeur à l'Université de Prague, récemment décédé, J. Kounovský, professeur à l'école polytechnique de Prague, B. Salomon, professeur à l'Université de Prague, et l'auteur de cet article. Des le début, on décida, suivant le projet de M. Vorovka, de supposer que l'école tchèque était libre, comme nous désirions l'avoir, sans respecter la situation existante — autrement dit l'école de l'État tchécoslovaque futur.

Le projet de l'Union. — Pour le moment nous avons, d'un côté, le gymnase classique avec le latin et le grec, et l'école réelle avec les langues modernes, les sciences naturelles et les mathématiques approfondies de l'autre côté — et, au milieu de ces deux extrêmes les deux types du gymnase réel (avec le latin, les langues modernes et la géométrie descriptive) et le type de « Děčín ». Le projet de l'Union veut donner à l'élève la possibilité de décider la direction de ses études à un âge un peu plus mûr. C'est pourquoi il propose une base unique de quatre ans où le centre du travail se trouverait dans la langue maternelle et l'histoire avec la géographie et où tous les enfants apprendraient les éléments du dessin géométrique. Pendant les deux années suivantes il y aurait une alternance entre le latin dans une des sections et la géométrie descriptive et le dessin dans l'autre. La septième année aurait une division en branches: classique et réelle, — la huitième en philologie et histoire, sciences naturelles, sciences mathématiques et techniques.

Programmes pour les mathématiques et la géométrie descriptive. — Les comités ont élaboré des programmes détaillés pour les mathématiques et la géométrie descriptive. Pour la première année on demande quatre heures de mathématiques par semaine au lieu de trois. En géométrie on ajoute la symétrie d'après l'axe et la symétrie d'angle le plan. Pour les années 2^{me}-6^{me}, l'Union propose (sauf de petits changements) le programme actuel jusqu'au travail avec les tables logarithmiques de quatre décimales et le calcul d'intégrés composés aussi bien que les bases de la trigonométrie plane. Les deux degrés nécessaires

de l'enseignement doivent être compris de telle façon que la matière apprise au premier degré soit seulement sommairement répétée et approfondie au deuxième degré, mais pas expliquée de nouveau jusque dans ses détails. La septième année des gymnases serait consacrée à l'analyse combinatoire du théorème binomial pour les exposants positifs et entiers, des fondements du calcul des probabilités et des assurances aussi bien que les compléments de la trigonométrie plane. Ici finirait l'enseignement des mathématiques. En comparaison avec les programmes actuels, on n'aurait plus de géométrie analytique. Dans la septième de la section réelle serait enseignée la même matière et la géométrie analytique jusqu'au cercle. Dans la huitième année de la section des sciences naturelles on étudierait les équations binômes, la représentation géométrique des nombres complexes, la formule de Moivre et les bases du calcul infinitésimal. Dans la huitième année de la division mathématiques-technique on ajouterait encore les solutions numériques et graphiques des équations du plus haut degré, la géométrie analytique des sections coniques et les compléments de la plannétrie.

Dans la géométrie descriptive on finirait dans la septième année le programme des écoles réales d'aujourd'hui. Dans la huitième année de la section mathématique-technique on enseignerait les bases de la géométrie projective des sections coniques, le théorème de Pascal et de Brianchon et on approfondirait les connaissances des classes précédentes en employant les différentes modalités de projection avec l'explication des méthodes de représentation.

But de l'école secondaire.— En même temps l'Union s'est clairement opposée aux idées, suggérées surtout par quelques-uns des professeurs des Ecoles polytechniques, que l'on pourrait donner à l'école secondaire une partie de l'enseignement théorique de ces écoles, surtout des mathématiques, la géométrie descriptive et la physique. Elle a toujours soutenu que le but de l'école secondaire vise en premier lieu l'acquisition de la culture générale et non la préparation et la spécialisation aux études futures.

J'ai traité si largement les projets de réforme, parce qu'ils ont eu, et, sûrement, continueront à l'avoir, une grande influence sur l'évolution de cette question chez nous.

Le travail du ministère de l'instruction publique.— Peu après la révolution du 28 octobre 1918, l'Union reprend ses projets. Ceux-ci deviennent une base du travail d'une commission auprès du ministère de l'instruction publique qui est présidée par M. Bydžovský. Cette commission a élaboré un projet nouveau assez analogue au projet de l'Union qui est maintenant étudié par des spécialistes et formera à base des réformes prochaines. Pour le moment l'opinion domine qu'il serait nuisible de changer l'école secondaire d'un coup, qu'elle

doit prospérer dans une évolution lente et graduelle, et que le projet de réforme figurera comme un but dont l'école secondaire doit s'approcher par étapes.

Respectant cette opinion et sous l'influence du projet de l'Union, on a déjà un peu, en 1919, limité le nombre d'heures de la religion et des langues classiques, on a donné plus d'heures à la langue maternelle; pour la première année on a porté le nombre des heures réservées aux mathématiques de trois à quatre dans tous les types d'écoles secondaires; à l'école réelle et au gymnase réel la géométrie descriptive a une heure de plus et cette branche figure dans les deux (ou trois) dernières classes des gymnases réaux. Seulement en Slovaquie où, sous le régime hongrois, il n'y avait pas du tout d'écoles secondaires slovaques et où seules les écoles primaires privées avaient la permission d'enseigner encore avec un surplus d'heures consacrées à la langue magyare, de sorte qu'il ne restait pas de temps pour l'enseignement d'autres branches — il fallait consacrer tout le temps à la langue maternelle et ainsi il était impossible d'augmenter le nombre d'heures pour les mathématiques et les sciences. Ces différences ont été supprimées par l'arrêt du ministère de l'instruction publique du 7 juin 1927 qui (avec des petites exceptions causées par des conditions locales: nombre d'heures de la religion et des langues vivantes) donne la même division d'heures pour les différentes branches de l'enseignement dans toutes les parties de la République tchécoslovaque. Même dans les écoles avec une langue d'enseignement différente (tchécoslovaque, allemande, magyare, polonaise, russe) le nombre d'heures est pratiquement le même. Pour l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie est valable maintenant le nombre d'heures (par semaine) suivant:

Classe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	En somme
Gymnase	4	4	3	3	3	3	3	2	25
Gymnase réelle	4	4	3	3	3	3	3	2	25
Gymnase rel. réelle	4	4	3	4	3	3	3	2	26
Ecole réelle	4	4	3	4	4	4	5	—	28

Pour la géométrie descriptive et le dessin géométrique (premier degré):

Classe	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	En somme
Gymnase réelle	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Gymnase rel. réelle	—	—	2	3	2	3	—	—	10
Ecole réelle	—	—	2	3	3	3	2	—	13

Et le type « Décin », gymnase réel supérieur avec une base unique de quatre ans (avec latin) et avec trois branches au degré supérieur a le nombre d'heures suivant:

a) Mathématiques :

Classe	I	II	III	IV	Branche	V	VI	VII	VIII	En somme
					Gymnase	3	3	3	2	25
4	4	3	3		Gymn. réelle	3	3	3	2	25
					Ecole réelle	4	4	4	4	30
b) Géométrie descriptive et dessin géométrique :										
					Gymnase	—	—	—	—	4
					Gymn. réelle	—	—	2	2	8
					Ecole réelle	2	3	2	3	14

Au mois de février 1931 une sous-commission spéciale a été instituée au ministère pour préparer de nouveaux programmes qui seront complétés par des instructions méthodiques pour l'enseignement de la mathématique et de la géométrie descriptive.

Nombre insuffisant d'instituteurs. — Les instituteurs d'écoles secondaires de toutes les branches étaient surmenés pendant les dix premières années de la République par suite d'un trop grand nombre de leçons à donner. Le nombre insuffisant d'instituteurs provenait principalement du fait que beaucoup d'entre eux étaient appelés comme fonctionnaires au ministère de l'instruction publique, pour aider dans son organisation, beaucoup devaient aller en Slovaquie et dans la Russie Subcarpathique dans des écoles nouvellement ouvertes. En Slovaquie et dans la Russie Subcarpathique (au total 3.603.148 habitants) il n'y avait guère, sous le régime hongrois, d'écoles avec la langue d'enseignement tchécoslovaque ou russe, quoique la plupart des habitants soient tchécoslovaques (d'après le recensement de 1921, 2.019.550) et russes (458.145). En peu d'années on y a ouvert 54 écoles secondaires tchécoslovaques et 16 russes après 1918. Il va sans dire que cette insuffisance du nombre d'instituteurs — qui maintenant commence à s'équilibrer — nuit aussi à l'enseignement mathématique.

Les manuels publiés par l'Union. — Les changements dans les programmes se manifestent surtout par des changements dans les manuels scolaires les plus répandus, édités par l'Union (leur première édition a été largement décrite dans le rapport cité de 1912). L'arithmétique de Červenka était changée de telle façon que les problèmes étaient ajustés à la situation nouvelle; la monnaie tchécoslovaque (Kč) introduite partout et quelques fois même les prix, mentionnés dans les problèmes, étaient changés conformément à la situation actuelle. Assurément, il serait bon de faire ces changements pour tous les exemples. On a simplifié les explications de l'économie politique qui

étaient très bonnes dans la première édition, mais qui cependant ont quelquefois dépassé l'intérêt et l'intelligence des enfants de 11 et 12 ans. D'un autre côté on a ajouté la théorie des rapports et proportions arithmétiques comme il est prescrit par les programmes changés, puis surtout quelques règles pour apprendre à compter rapidement (addition, multiplication, carrés). Il y a aussi une partie instructive expliquant en quoi diffère notre symbolique de celle employée dans d'autres pays, surtout dans des pays anglo-saxons. La géométrie de Valouch n'a guère été changée.

Nous trouvons un changement beaucoup plus considérable dans l'arithmétique de Bydžovský pour l'école secondaire du second degré. On lui a reproché d'avoir surestimé la représentation graphique. Dans la dernière édition, on a sauté quelques parties de ces représentations, par exemple une explication très instructive, basée sur la représentation graphique, expliquant quand une racine de l'équation à deux inconnues devient infiniment grande; de même la représentation graphique, qui dans la première édition a pénétré tout le livre, dès le début, était éliminée dans le premier quart du livre et réunie dans un chapitre spécial, placé sur la limite de la quatrième et de la cinquième classe d'école secondaire. Les amis du graphique dans notre enseignement n'approuveront probablement pas cette solution. On a éliminé enfin tout ce qui peut être éliminé ou simplifié pour éviter le surmenage des écoliers. Pour économiser, on utilise, là où les exemples ne font pas partie de l'explication, une collection spéciale de problèmes. Le manuel y renvoie tout simplement. Aussi l'ordre de la matière enseignée est légèrement changé.

Il y a des changements analogues dans la géométrie de Votjěch. On y a éliminé l'inversion, simplifié un peu les parties sur les courbes d'ordre supérieur, sur la solution graphique des équations numériques, sur le calcul infinitésimal; d'un autre côté on a élargi l'annexe pour les gymnases sur les projections. La stylisation est plus courte, les exemples, pour des raisons d'économie, dans la Collection des problèmes.

La géométrie descriptive de Pithard et Seyfert reste sans changements¹.

Quant aux autres manuels, mentionnés dans le rapport cité, il faut dire que le manuel de Klir et de Rašin a été révisé en 1925 par M. B. Matas et qu'il y a une nouvelle arithmétique pour l'école secondaire supérieure de M. J. Muk. Ces manuels sont assez populaires. Dans le manuel de M. Muk qui lui aussi respecte largement la représentation graphique, sont exprimées les conditions d'après guerre par le fait qu'on y explique dans des leçons d'intérêts comparés l'inflation, la déflation et la dévalorisation de la monnaie.

¹ Maintenant (dans les années 1929 et 1930) une commission de l'Union mathématique prépare des changements plus grands dans les manuels.

Les écoles secondaires allemandes de la République tchécoslovaque utilisent pour les mathématiques presque sans exception de vieux manuels autrichiens, qui ont été seulement présentés au ministère de l'instruction publique tchécoslovaque pour une approbation nouvelle. C'est seulement le manuel de géométrie descriptive (4 vol.) de M. A. Schwefel, professeur du gymnase réel de Prague, qui est une nouveauté. Ce manuel diffère des manuels tchèques en ce qu'il est encore plus complet que ceux-là. Le quatrième volume surtout contient des parties qui ne sont pas prescrites par les programmes, comme par exemple les ombres des surfaces de rotation, les angles des lignes droites et des plans dans la projection centrale et le rabattement du plan de l'image dans la perspective.

La méthode d'enseignement. — La méthode d'enseignement dans les écoles secondaires de l'ancienne Autriche était déterminée par les instructions de l'année 1899 et par l'arrêt du ministère du culte et de l'instruction publique de l'année 1909. On y a trouvé des explications des programmes de l'enseignement et les règles pour les examens et la classification. Ces arrêtés ont souligné la méthode heuristique, fréquemment employée déjà et exigée par les inspecteurs, et la coopération de toute la classe pendant l'enseignement.

La conférence de M. Červenka à Prague. — Pour l'enseignement des mathématiques et de la géométrie descriptive dans des écoles tchèques de notre République (surtout pour sa plus grande province, la Bohême), c'est la conférence de M. Iad. Červenka (inspecteur de cette province) prononcée le 3 avril 1925 à la réunion des professeurs de mathématiques et de géométrie descriptive qui donne des directives méthodologiques. Je ne veux pas citer des détails de cette conférence, qui a donné des directives modernes à notre enseignement de ces branches. J'indique seulement quelques idées directrices : lui, chef de l'enseignement mathématique dans des écoles secondaires en Bohême, voit son but dans des connaissances positives d'une part, et dans la culture formelle, d'autre part. Il souligne non seulement la culture de l'intellect, mais il voit aussi dans les mathématiques la valeur éducative du point de vue éthique et du point de vue de l'éducation du sentiment et de la volonté. Puisque dans ces branches, plus qu'ailleurs, le rendement de l'écolier dépend de la matière apprise dans les classes précédentes, il faut avouer que la responsabilité de l'instituteur des branches mathématiques est plus grande que celle des autres. C'est pourquoi M. Červenka demande de l'instituteur, qu'il garde une assez grande liberté méthodologique, qu'il fasse consciencieusement sa préparation didactique et méthodologique aussi bien pour toute l'année que pour les leçons individuelles et qu'il respecte les situations momentanées de la classe. C'est la raison qui l'oblige

à demander à l'université une préparation approfondie des futurs professeurs de mathématiques des écoles secondaires dans le domaine de la didactique spéciale des branches mathématiques. Il demande aussi qu'on accorde des facilités à l'instituteur pour continuer ses études une fois sorti de l'université et qu'il ne soit pas surchargé. Il propose des visites mutuelles des instituteurs dans des classes.

M. Červenka, lui aussi, considère la méthode heuristique pendant la coopération de toute la classe, comme la meilleure, et, dans les premières classes de l'école secondaire, comme la seule possible. Mais il s'élève contre les extrêmes. Il conseille que l'instituteur présente aux élèves de temps en temps une explication modèle sans interruption. Les élèves aussi peuvent avoir la possibilité de donner des explications suivies sans interruption, même de faire un exposé de la matière nouvelle, préparé d'après la littérature prêtée à l'élève par son instituteur. Partout, dans toutes les classes il faut respecter la personnalité de l'élève qui est souvent oubliée par la méthode des questions. L'activité de l'élève peut être stimulée par la possibilité de mesurer, peser et même par la possibilité de choisir son problème lui-même, par exemple dans des dessins géométriques. Il est aussi important d'ajouter des commentaires historiques et de souligner la valeur éducative de la biographie des grands mathématiciens. Il est possible de perfectionner le jugement par des exemples oraux pris dans la vie pratique et le milieu de l'élève.

Pour entrer dans quelques détails, je parlerai ici de son exigence d'avoir : une terminologie unifiée de même qu'un arrangement uniforme des solutions et des preuves, etc. ; un certain canon minimal des formules, connues par cœur, suffisamment d'exercices de calcul mental dans toutes les classes ; un intérêt pour la rapidité du rendement des élèves. Il signale à cette occasion les tests américains.

L'école active. — Les instituteurs des mathématiques dans les écoles secondaires soulignent ces derniers temps aussi les méthodes de l'école active. Les rapports de la section pédagogique du VII^e congrès des naturalistes, médecins et ingénieurs tchécoslovaques, dont sont membres aussi les professeurs de mathématiques, s'intéressent justement à cette question, et il faut espérer qu'on verra sortir de là de nouveaux projets importants pour l'évolution des méthodes de l'enseignement actif dans nos branches.

Les problèmes de l'enseignement mathématique. — Pour la discussion sur les questions de l'enseignement mathématique, il est important de connaître l'annexe didactique et méthodique du *Casopis pro pěstování matematiky a fysiky*, édité par l'Union, dont la sixième année a paru en 1930-31, et qui est rédigée par M. J. Friedrich, professeur d'une des écoles réelles de Prague.

L'étude privée, post-scolaire, des branches mathématiques et physiques est facilitée aux étudiants des écoles secondaires par la

revue *Rozhledy matematicko-přirodovědné*, rédigée par le Prof. Dr J. Suštr.

On peut voir le résultat de l'enseignement des branches mathématiques dans la statistique de la classification dans 29 écoles secondaires de Prague en l'année 1926-27, élaborée par M. J. Muk. Les résultats finaux en % sont les suivants:

Branche	Très bien	Bien	Suffisant	Insuffisant	non classifié
Mathématiques . . .	13.4	31	49.9	5.4	0.3
Géométrie descrip- tive	17.9	35.2	43.6	2.9	0.4

Les études des futurs professeurs des mathématiques des écoles secondaires sont mieux organisées ainsi que dans l'ancienne Autriche. A Brno c'est l'Université de Masaryk qui possède deux chaires de mathématiques. L'analyse y était expliquée par notre mathématicien connu, M. le Dr M. Lerch, et, après sa mort, par M. le Dr E. Čech; la géométrie par M. le Dr I. Seyfert. L'Université de Charles, à Prague, aussi bien que l'École polytechnique tchèque dans la même ville, où les futurs professeurs de géométrie descriptive passent deux ans avant leurs études universitaires sont maintenant beaucoup mieux équipées pour les sciences mathématiques qu'auparavant. A l'école polytechnique tchèque, il y a aujourd'hui six professeurs de mathématiques (MM. les Drs V. Hruška, J. Klobouček, F. Rádl, K. Rychlík, J. Svoboda, J. Vojtěch) et deux privat-docents (MM. les Drs K. Dušl, V. Hlavatý). Pour la géométrie descriptive il y en a trois (MM. les Drs F. Kaderávek, J. Kohnovský, et V. Hruška, déjà nommé), ainsi qu'un chargé de cours, M. l'ingénieur B. Chalupníček. Le cours d'histoire des mathématiques est donné par l'auteur de l'article.

A l'Université de Charles il y avait seulement trois professeurs de mathématiques sous le régime autrichien: MM. les Drs J. Sobotka pour la géométrie, V. Láska pour les mathématiques appliquées et K. Petr pour l'analyse. Aujourd'hui il y a en outre MM. les Drs B. Bydžovský pour la géométrie, M. Kössler et V. Janík pour l'analyse, E. Schönbaum pour les mathématiques des assurances et statistique et deux privat-docents: pour l'algèbre M. le Dr K. Rychlík, déjà nommé, et pour la géométrie M. le Dr V. Hlavatý. Outre cela, pour la philosophie des mathématiques avait été nommé M. le Dr K. Vorovka — cette chaire, depuis sa mort, n'est pas encore repourvue — et pour l'histoire des mathématiques l'auteur de cet article, comme privat-docent avec le titre de professeur universitaire. On l'a aussi chargé des cours de la didactique et de la méthodique des mathématiques. Il l'a organisé de telle façon qu'il donne pendant une année des conférences sur la didactique générale des mathématiques et l'autre année la méthodologie spéciale de quelque branche (arithmétique,

géométrie ou géométrie descriptive). Les étudiants présentent également des comptes rendus personnels sur des nouveautés méthodologiques ou donnant des explications sur quelque partie des programmes d'école secondaire. M. I. Červenka est très favorable à cette institution et c'est grâce à ses conseils et à son aide, et avec l'autorisation du ministère de l'instruction publique que les étudiants qui suivent cet enseignement et le séminaire font des stages dans les écoles réelles de Prague. Après chaque visite de classe les étudiants font des rapports et discutent leurs expériences. Ces stages ont eu un bon succès et il faudrait continuer leur développement. Il faudrait que leur organisation soit faite par le ministère lui-même (pour le moment, excepté la permission du ministère, c'est une entreprise plutôt privée). Les professeurs secondaires qui sont visités par les étudiants mériteraient des récompenses spéciales. Il serait bon d'interroger sur la didactique et méthodique des mathématiques les candidats de l'examen d'Etat des mathématiques et de la géométrie descriptive. Enfin, je demande encore d'introduire à l'université des conférences régulières sur les mathématiques élémentaires du point de vue élevé des mathématiques universitaires.

Ces arrangements pourraient être introduits facilement en attendant la réalisation du projet de la réforme de l'école secondaire de la commission, mentionnée plus haut, auprès du ministère de l'instruction publique — le projet proposant de créer des écoles secondaires modèles où seraient nommés ceux qui ont achevé l'université, pour y terminer leur préparation méthodique et didactique.

Prague, Université de Charles, avril 1930 et février 1931.

XXX^e ANNÉE. 1931. — Nos 1-2-3.

Hommage de l'auteur.
(Paru en septembre 1931)

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE

REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1839, par C.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRIGÉE PAR

H. FEHR

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Genève

A. BUHL

Docteur ès sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse.

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique dans les principaux pays depuis 1910 :

(Suite)
HONGRIE, par Ch. GOLDZIHNER

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & C^e, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & C^e, ÉDITEURS

1931

LES
MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT
MATHÉMATIQUE
DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) ¹

HONGRIE

Par le Professeur Dr Charles GOLDSZNER (Budapest).

Considérations générales.

Depuis la fin de la guerre mondiale, la Hongrie a espéré compenser l'effet de son appauvrissement matériel et de ses pertes territoriales, en élevant le niveau de sa culture intellectuelle. Il en est résulté des modifications importantes dans l'Enseignement public, qui ont porté surtout sur l'accroissement des matières enseignées et l'enrichissement des programmes des écoles de toute catégorie. Ces changements sont d'une grande importance lorsqu'on considère la réforme de l'enseignement des mathématiques, puisque l'adoption des programmes nouveaux et les nouvelles instructions données aux professeurs, ainsi que la réorganisation et le développement de certaines catégories d'écoles, offraient une occasion favorable pour prendre en considération les recommandations de la Commission internationale de l'Enseignement Mathématique. La réforme de l'enseignement des mathématiques avait été entreprise en Hongrie avant la guerre²; ce qui montre bien l'action éclairée du Comité

¹ Voir dans *l'Ens. math.*, 28^{me} année, 1929, 1^{er} fascicule, p. 5-27, les articles consacrés à la France, à l'Italie et à la Suisse; 2^{me} fascicule, p. 258-286: Allemagne, Angleterre, Hollande; 29^{me} année, 1930, 1^{er} fascicule, p. 113-156: Autriche, États-Unis, Japon; 2^{me} fascicule, p. 301-325: Scandinavie, Tchécoslovaquie.

² Voir *Abhandlungen über die Reform der mathematischen Unterrichtsinhalte in Ungarn, Leipzig und Berlin*, deutsch herausgegeben von Berx und Mikola, Teubner, 1911.

Sur la situation antérieure de l'enseignement des mathématiques, voir les 8 rapports spéciaux de la Sous-commission hongroise.

Voir aussi les ouvrages concernant la Hongrie dans la *Bibliography of the Teaching of Mathematics*, 1900-12, par David Eugène SMITH et Charles GOLDSZNER (U. S. Bureau of Education, Bulletin, 1912, n° 29).

Sur la situation en 1912-14, on renvoie le lecteur aux « Mathematical Curricula in Foreign Countries », par J. C. BROWN, dans le *Report of the National Committee on Mathematical Requirements*, 1923, où sont résumés les rapports envoyés par les divers pays à la Commission internationale au Congrès de Cambridge, 1912.

hongrois qui fonctionnait depuis 1906, c'est qu'on a pu passer sans heurts de la situation ancienne à la réalisation des buts nouveaux. Avant d'entrer dans les détails, étudions quelques aspects caractéristiques de l'enseignement des mathématiques en Hongrie:

1. — Les points principaux du mouvement de réforme en Hongrie ont été énumérés dans les *Abhandlungen* dont il a déjà été fait mention. D'une façon générale, ces questions se conformant aux desiderata principaux du rapport IMUK. Il faut pourtant signaler spécialement que nous avons particulièrement insisté sur les améliorations dans les classes élémentaires, dans les premières classes des écoles supérieures (*high-school*) et des écoles secondaires, ainsi les conceptions nouvelles ont pu se répandre dans toutes les classes aussi vite que possible¹. Une conséquence importante de cet effort se voit par exemple dans les nouvelles instructions détaillées (1927) qui complètent les programmes des écoles secondaires. La partie qui concerne les mathématiques signale au professeur le but à atteindre et lui dit comment le programme nouveau peut être appliqué dans les petites classes.

2. — Un journal mensuel a eu une grande influence sur les progrès des mathématiques scolaires en Hongrie. Depuis 1893 il a incliné les élèves de toutes les écoles supérieures à un travail mathématique commun². En 1924, ce journal a été réorganisé sous le titre: *Középiskolai Matematikai És Fizikai Lapok* (Journal de mathématiques et de physique pour les écoles supérieures). Il est intéressant de noter que ce sont des problèmes sur la théorie élémentaire des fonctions, leur représentation graphique, les applications des éléments du calcul différentiel et la géométrie descriptive qui ont le plus intéressé les élèves. Une partie spéciale de ce journal intitulée « Exercices » s'adresse aux élèves des classes moyennes. On y publie les meilleurs solutions des problèmes, ainsi que les noms des concurrents. Il y a également dans chaque numéro des articles sur l'histoire ou autres sujets spéciaux. Les meilleurs étudiants des Universités et les meilleurs élèves du Polytechnicum ont été formés par ce journal qui a joué un grand rôle dans la diffusion des méthodes modernes.

3. — Depuis 1896, c'est la Société Hongroise de Mathématiques et de Physique qui organise chaque année des concours écrits pour les élèves sortant des écoles supérieures³. (Depuis 1919 il y a eu également des concours séparés pour la physique). Depuis 1914 des examens analogues pour toutes les matières ont été fixés par le

¹ A ce sujet, voir notre étude dans la *Zeitschrift für math. und naturwiss. Unterricht*, 1908, pp. 284-309. Nous désignerons dans la suite ce périodique par les initiales Z.M.N.U.

² Voir Z.M.N.U., 1910, p. 519. Voir aussi l'article de FARAÖG dans les *Atti* du Congrès de Bologne, 1928, III, p. 453-456.

³ En 1929 M. KÉRSZÁK a réuni en un volume les questions posées en les accompagnant des meilleures solutions.

Ministère de l'Instruction publique, pour les élèves choisis dans les écoles supérieures de toute la Hongrie.

4. — On pratique en Hongrie le système des cours d'été (cours de vacances)¹ pour professeurs. En 1912 les professeurs des écoles supérieures ont organisé un congrès où on a lu des rapports et discuté la réforme des mathématiques².

Changements significatifs depuis 1910. — Dans ce qui suit nous nous bornons à énumérer les écoles où l'enseignement des mathématiques a subi un changement significatif depuis 1910. Nous mentionnons d'abord, sans entrer dans les détails, les types suivants :

1. — Ecoles élémentaires ou primaires, élèves de 6 à 12-14 ans (ou de 6 à 10 ans, s'ils continuent leurs études dans une école supérieure ou secondaire). Le nombre de ces écoles a beaucoup augmenté, surtout dans les campagnes. Ici l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie s'est développé selon les méthodes modernes, mais ce changement s'est produit indépendamment des réformes dans les autres écoles.

2. — Ecoles d'agriculture, écoles industrielles et commerciales de degré inférieur et cours spéciaux avec nombreuses ramifications. Ces écoles montrent des progrès dans l'organisation et dans l'adaptation de l'enseignement des mathématiques aux nécessités pratiques de ces divers domaines.

3. — *L'Université économique* organisée en 1920 à Budapest. Le programme des mathématiques est de proportions modestes, mais les Facultés de commerce et d'assurance organisent des cours supérieurs pour les mathématiques de l'économie politique, des assurances et des statistiques et pour la théorie des probabilités. Des cours supérieurs pour les mathématiques des affaires commerciales et des assurances sont organisés aussi sous les auspices de la Faculté d'Economie politique au *Polytechnicum*, à Budapest, fondée en 1914.

Détails d'organisation.

L'étude plus détaillée des programmes d'études peut se diviser en quatre parties comme suit : I. Programmes nouveaux pour les écoles réorganisées; II. Programmes nouveaux pour les écoles du type ancien; III. Programmes nouveaux pour les cours scolaires augmentés; IV. Préparation des professeurs.

¹ Voir Z. M. N. U., 1914, n° 3, sur les conférences traitant des relations pratiques de l'enseignement des mathématiques.

² Voir Z. M. N. U., 1913, p. 571 et *Pädagogisches Archiv*, 1912, pp. 645-51.

1. **Programmes nouveaux pour les écoles réorganisées.** — Il faut attirer l'attention sur les écoles supérieures réorganisées, pour élèves de 10 à 18 ans. Les écoles supérieures de garçons, qui autrefois comportaient deux séries d'enseignement, en comportent trois depuis 1924. Les divisions en sont les suivantes :

1. — *Le Gynnasium* ; on y insiste sur l'enseignement des humanités. Le grec est étudié dans les classes au-dessus de la cinquième année.

2. — *Le Realgynnasium* ; on y insiste sur le latin (depuis 1929 à partir de la troisième classe) et les langues modernes (français, anglais ou italien)¹.

3. — *L'École réelle* ; on y insiste sur les langues modernes, les mathématiques et les sciences naturelles.

Ces trois enseignements permettent également l'entrée à l'Université et à l'Institut polytechnique.

Depuis 1926, les écoles supérieures de filles comportent les trois ordres d'études suivants :

1. *Le Gynnasium*, qui insiste sur l'enseignement des humanités; à partir de la troisième on enseigne le latin et, à la place du grec, le français.

2. *Le Lyceum* qui insiste sur les langues modernes et l'enseignement de l'art.

3. *Le Collegium*, qui insiste sur celles des branches économiques et industrielles qui sont importantes pour les jeunes filles.

De même que l'enseignement des garçons, les deux premières séries préparent les élèves aux études universitaires. Mais la troisième prépare seulement les candidats aux écoles professionnelles supérieures et aux écoles normales.

LE MOUVEMENT POUR LA RÉFORME DES MATHÉMATIQUES. — Le mouvement pour la réforme des mathématiques s'est occupé surtout des écoles supérieures, et il en résulte que les programmes portent les traces de son influence. Les détails qui suivent sont relatifs à l'enseignement des écoles supérieures de garçons ; les modifications ont été obtenues par la réduction, la transposition et la fusion des anciennes parties des programmes. Les points principaux étaient :

1. — L'introduction de méthodes graphiques dans les débuts de l'arithmétique et l'introduction de la notion de fonction dans les débuts de l'algèbre en troisième; l'usage de ces méthodes et de ces notions dans toutes les classes suivantes.

2. — Le complément de l'enseignement théorique dans toutes les classes par la pratique de mesures réelles et de calculs numériques.

¹ On enseigne le hongrois et l'allemand dans toutes les classes des écoles supérieures.

3. — L'introduction des éléments de la géométrie analytique et du calcul infinitésimal en septième année dans une proportion modeste, mais qui tient compte des nécessités d'une éducation générale.

4. — L'importance plus grande donnée à la géométrie de l'espace, l'enseignement des classes supérieures étant basé sur la représentation descriptive, en insistant sur le développement de l'intuition spatiale.

5. — Etude des méthodes des mathématiques appliquées; exercices relatifs à l'emploi des mathématiques en physique, en mécanique et en économie politique.

6. — Fusion de l'algèbre et de la géométrie sous leurs aspects empiriques dans les premières classes et sous leur aspect plus théorique dans les classes supérieures. La géométrie élémentaire formerait autrefois un enseignement séparé dans les quatre premières classes, elle était présentée sous sa forme empirique et procédémique; elle n'est aujourd'hui étudiée séparément que dans les écoles réelles. Il est probable qu'à l'avenir cette tendance se développera dans le sens d'une fusion des géométries du plan et de l'espace et d'une plus grande importance donnée aux « méthodes de laboratoires »¹.

Naturellement c'est dans l'École réelle que l'on fait le plus de mathématiques; la géométrie dans toutes ses parties y est étudiée avec plus de détails; de la cinquième à la huitième, inclus, on fait une étude séparée de la géométrie descriptive. Dans ces écoles, la part de la géométrie analytique est plus étendue et, comme fin du programme, on étudie aussi la théorie des nombres complexes.

On n'enseigne pas le calcul infinitésimal dans les écoles supérieures de jeunes filles. On insiste sur les éléments pratiques des mathématiques et on diminue le côté théorique de l'enseignement.

Le tableau suivant de l'horaire hebdomadaire des mathématiques, donne une idée de l'enseignement dans les divers types d'écoles.

Classe	Ecoles de garçons			Ecoles de filles		
	Gymnasium	Realschule	Math. Ecole réelle	Gymnasium	Lycéeum	Collègeum
I . . .	6	6	4	4	4	3
II . . .	4	4	5	4	4	3
III . . .	4	4	3	3	3	3
IV . . .	4	4	4	3	3	2
V . . .	3	3	4	3	3	2
VI . . .	3	3	4	3	3	2
VII . . .	3	3	3	3	3	2
VIII . . .	2	3	3	2	3	2
Total.	29	30	30	25	26	19

¹ Voir notre article dans *School Science and Mathematics*, 1908, pp. 753-57.

II. Programmes nouveaux pour les écoles de l'ancien système. —

Font partie de ce groupe les écoles secondaires comportant quatre années d'études pour élèves de dix à quatorze ans. Ces écoles, que l'on désigne en Hongrie sous le nom de *polgári iskola* (école du bourgeois) furent instituées en 1868. En règle générale elles préparent aux écoles professionnelles et écoles normales et elles jouent un rôle important parce qu'elles insistent sur les applications pratiques. Elles se trouvent aussi dans les villes où il n'y a pas d'écoles supérieures et elles sont d'une grande importance nationale. Elles sont d'une nécessité impense pour les jeunes filles qui ne pourraient pas leurs études au-delà. Le nouveau programme de 1918 montre des progrès importants dans les études mathématiques, qui eadrent avec le caractère pratique de l'enseignement. Dans ce programme sont supprimés les détails inutiles et formalistes, ainsi que les sujets surannés. On les a remplacés par le « Sachunterricht » avec des exercices de laboratoires. Les méthodes empiriques et intuitives sont utilisées en géométrie; le calcul numérique et graphique prédomine en arithmétique et en algèbre et dès les débuts de l'enseignement on en fait des applications aux statistiques, aux affaires, à l'industrie et à l'agriculture. Un fait notable est la fusion de toutes les mathématiques en un seul sujet, sans même excepter l'arithmétique commerciale et la comptabilité. Le temps consacré à ces études est de 4.4.4.2, soit 14 heures pour les garçons et 4.3.2.2, soit 11 heures pour les filles. Mais l'exécution de ce plan dépend, avant tout, d'une préparation adéquate et spécialisée des professeurs destinés à ces écoles.

III. Programmes nouveaux pour les cours scolaires prolongés. —

Depuis 1920 les écoles commerciales supérieures, dont la scolarité était autrefois de trois ans, donnent un enseignement de quatre ans pour les élèves de 14 à 18 ans. Le programme de 1927 assure une meilleure distribution de l'enseignement et élargit l'enseignement de l'arithmétique commerciale. Il fournit aussi des suggestions pratiques pour l'enseignement des mathématiques, mais le temps réservé à l'enseignement théorique de l'algèbre et de la géométrie est insuffisant, et l'arithmétique politique (c'est-à-dire les principes mathématiques de finances) n'est pas séparée de l'algèbre. Les idées nouvelles ont fourni certaines additions, sans toucher à la méthode d'enseignement. Le temps réservé aux mathématiques et à l'arithmétique politique est de 3.2.2, soit 7 heures et pour l'arithmétique commerciale 4.2.3.3, soit 12 heures.

La durée de scolarité des écoles normales pour les instituteurs d'écoles élémentaires a été portée de 4 à 5 ans en 1923, les élèves étant âgés de 14 à 19 ans. A ces institutions sont rattachées des écoles élémentaires pour l'enseignement pédagogique appliqué. Le programme de 1925 présente un certain progrès pour l'enseignement des mathématiques, auparavant très insuffisant: il introduit de nombreuses appli-

cations pratiques, la notion de fonction et l'usage des graphiques, mais au point de vue théorique, cet enseignement, qui ne comprend ni la trigonométrie, ni les logarithmes, n'a pas reçu un développement satisfaisant. Le programme insiste beaucoup en cinquième année sur les détails de la pédagogie concernant les sujets enseignés dans les écoles élémentaires. Le temps réservé aux mathématiques est de 3.3.2.2.2, soit 12 heures.

IV. **Préparation des professeurs.** — Depuis 1910, la préparation des professeurs n'a pas présenté grand changement en ce qui concerne les mathématiques, mais il faut dire que toutes les écoles normales se sont adaptées aux modifications apportées dans l'organisation des écoles spéciales. Il a été fait allusion plus haut aux cours pour les instituteurs des écoles élémentaires. Les professeurs des écoles commerciales supérieures reçoivent une préparation spéciale à l'Université économique de Budapest; ils ont une école d'application tout à fait moderne dans cette ville. Il n'existe pas d'institution uniquement destinée à préparer des professeurs pour les autres écoles professionnelles.

Les professeurs des écoles secondaires sont préparés spécialement dans les deux écoles normales du Gouvernement, l'une pour les hommes, l'autre pour les femmes. La durée de scolarité est de trois ans et les élèves sont admis à l'âge de 18 ans. Ces écoles possèdent d'excellentes écoles d'application. Depuis 1920 elles ont une faculté séparée pour les mathématiques, la physique et la chimie, avec deux chaires de mathématiques, dont une pour les mathématiques appliquées et les mathématiques commerciales. On y insiste sur les questions pédagogiques et l'enseignement théorique des mathématiques se conforme à celui des deux premières années de l'Université. Ces écoles, avec leurs précieuses traditions de soixante ans de fonctionnement, possèdent une organisation autonome et un cours d'études bien différencié, correspondant aux besoins d'un recrutement national limité. On s'attend à ce que ces écoles soient réunies et attachées à l'une des Universités, avec une scolarité de quatre ans, comme cela s'est fait, en octobre 1928, à l'Université de Szeged.

Les professeurs des écoles supérieures reçoivent leur préparation théorique dans les Universités en même temps que leur enseignement pédagogique dans les cours normaux. Ils font ensuite de l'enseignement pédagogique pratique dans des écoles supérieures indépendantes. Il en résulte que la préparation des professeurs des écoles supérieures est intimement liée au travail scientifique de l'Université. Dans la plupart des pays européens, la question se pose encore de savoir si la préparation professionnelle des professeurs doit se faire dans des instituts autonomes ou dans un cours normal d'une Université. L'ancien système, datant de 1870, a eu des résultats médiocres en ce qui concerne la préparation des professeurs des écoles supé-

rieures, car la seule école d'application qui ait une valeur efficace était le *Lebungsgymnasium* de Budapest, fondé comme école modèle par le grand éducateur M. KÁRMÁN, en 1872¹. Il est à espérer que la réorganisation en cours de l'enseignement normal donnera des résultats plus appréciables à l'avenir.

Dans les *Abhandlungen*, pp. 126-141 a paru un article par E. BERKE exposant de façon explicite les défauts de la préparation actuelle des professeurs de mathématiques des écoles supérieures. Certaines des réformes réclamées ont déjà été réalisées, mais il est à désirer que les mathématiques appliquées, avec leurs parties spéciales, soient comprises dans l'enseignement mathématique des Universités, et qu'il leur soit réservé une section séparée dans les examens. Cette lacune affecte également les conférences mathématiques du *Polytechnicum*, où le travail de laboratoire en mathématiques appliquées devrait former une partie importante de l'enseignement des mathématiques. Des enquêtes ont été faites sur ces détails particuliers dans les institutions correspondantes d'Amérique, d'Angleterre et d'Allemagne. Ce n'est qu'en établissant des institutions semblables qu'il sera possible d'améliorer d'une façon appréciable la préparation des professeurs de mathématiques des écoles supérieures.

¹ Voir le rapport de P. SZABÓ: *Der Unterrichts der Mathematik am Lebungsgymnasium*, Sous-commission hongroise de la Commission internationale, 1912. J'ai récemment une école spéciale d'application pour les professeurs des écoles réales a été installée dans la ville universitaire de Pécs.

XXXII^e ANNÉE. 1933. — Nos 1-2

Hommage de l'auteur.
(Paru en décembre 1933)

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

MÉTHODOLOGIE ET ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT
PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
CHRONIQUE SCIENTIFIQUE — MÉLANGES — BIBLIOGRAPHIE
REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1899 par C.-A. LAISANT et H. FEHR

DIRIGÉE PAR

H. FEHR
Docteur en sciences
Professeur à l'Université
de Genève.

A. BUHL
Docteur en sciences
Professeur à l'Université
de Toulouse.

Organe officiel de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique

Les modifications essentielles de l'enseignement
mathématique dans les principaux pays depuis 1910
(suite)
Russie, par **D. SINTSOF**

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & Co, ÉDITEURS

GENÈVE

GEORG & Co, ÉDITEURS

1933

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

REVUE INTERNATIONALE

Fondée en 1899, *L'Enseignement mathématique* a rapidement pris place au rang des grands périodiques internationaux. Depuis plus de trente ans ses collaborateurs et ses abonnés l'ont soutenu avec une remarquable fidélité et l'ont aidé à maintenir sa réputation dans le public scientifique du monde entier. Qu'il nous suffise de rappeler ici quelques noms, choisis au hasard, parmi les signataires d'articles :

J. Andrade, Paul Appell, P. Barbarin, S. Bays, Ch. Bioche, B. Bolyain, G. Bourlet, G. Bouligand, P. Bouteux, Viggo Brun, Burali-Forti, G. Cailler, F. Caqori, E. Cartan, A. Châtelet, Van der Corput, L. Creller, Z. Czuber, F. Daniels, R. Deaux, A. Denjoy, P. Delens, A. Emch, F. Enriques, W. Ermakoff, A. Erreca, M. Fréchet, B. Gambier, Lucien Godeaux, F. Gonselb, G. Greenhill, J. Hadamard, D. Hilbert, P. Juvel, O. Kellog, F. Klein, L. Kollros, E. Laine, C.-A. Laisant, H. Lebesgue, F. Levi-Civita, G. Loria, Marcolongo, G. A. Miller, D. Mininoff, R. de Montessus de Ballois, H. Niewenglowski, M. d'Oagné, A. Padoa, G. Peano, M. Petrovitch, E. Picard, M. Planchelet, M. Polya, D. Pompéu, H. Poincaré, Ch. Riquier, D. E. Smith, D. Sintsof, G. Tiercy, E. Tourné, A. Urysohn, Ch. de la Vallée Pousin, G. Valiron, A. Vassilief, R. Wavre, H. West, M. Wiman, W. H. Young, S. Zarembka, Zervos.

L'Enseignement mathématique a une physionomie entièrement personnelle; il ne fait double emploi avec aucun autre journal. Ce périodique s'adresse à tous ceux qui s'intéressent aux progrès de l'enseignement des mathématiques aux divers degrés. Au début une conclusion s'est manifestée chez quelques lecteurs qui ont pu croire que nous étions un journal purement pédagogique, dans le sens exclusif. Le mot *Enseignement* a pour nous une signification plus large. Il veut dire enseignement des élèves et aussi enseignement des professeurs et d'ailleurs l'un ne va pas sans l'autre. C'est ainsi que nous avons donné une large place aux questions de Méthodologie, de Philosophie, d'Histoire, à côté de nombreuses études consacrées à l'organisation de l'enseignement mathématique dans les divers pays. Parmi les articles mathématiques les uns apportent des résultats nouveaux, ou des mises au point, d'autres présentent de réels mérites pédagogiques tout en traitant de questions déjà classiques.

EXTRAIT DE *L'Enseignement mathématique*, Nos 1-2-3. 32^e ANNÉE. 1933.

LES MODIFICATIONS ESSENTIELLES DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE DANS LES PRINCIPAUX PAYS DEPUIS 1910

(suite) ¹

RUSSE

Par D. SINTSOFF, Professeur à l'Université de Kharkof.

I. — Introduction. Le projet de réforme de 1915.

Les rapports sur l'enseignement mathématique en Russie réunis autrefois par la Délégation russe de la Commission internationale de l'enseignement mathématique ont été publiés de 1909 à 1912. Depuis lors l'enseignement des mathématiques a subi des changements ² très considérables dont j'essaierai de rendre compte.

La première innovation mentionnée dans ces rapports fut l'introduction, dans la septième classe des écoles réelles, d'un « cours spécial » comprenant les éléments de géométrie analytique et de calcul infinitésimal. Les programmes correspondants sont indiqués dans le rapport de K. VOÏT ³. En ce qui concerne les résultats de cette innovation, les opinions des pédagogues étaient partagées. Ceux de la vieille école trouvaient l'enseignement des mathématiques « supérieures » trop difficile pour les élèves des écoles moyennes. Les adeptes de la réforme trouvaient d'autre part déplorable que ce cours soit ainsi isolé et

¹ Voir dans *l'Ens. math.*, 28^{me} année, 1929, 1^{er} fascicule, p. 5-27, les articles consacrés à la France, à l'Italie et à la Suisse; 2^{me} fascicule, p. 258-286; Allemagne, Angleterre, Hollande. — 29^{me} année, 1930, 1^{er} fascicule, p. 113-156; Autriche, États-Unis, Japon; 2^{me} fascicule, p. 301-325; Scandinavie, Tchécoslovaquie. — 30^{me} année, 1931, 1^{er} fascicule, p. 136-143.

² Depuis la rédaction de cet article, de nouvelles modifications ont été introduites dans les programmes des mathématiques de l'enseignement secondaire, principalement sous l'influence du développement de l'industrie. (V. d. l. Réd.)

³ Bericht über den mathematischen Unterricht an den russischen Realschulen, 16 p., 1911.

voulaient le lier plus étroitement aux mathématiques élémentaires. Parmi les professeurs des Ecoles techniques supérieures les uns prétendaient constater des résultats positifs, d'autres au contraire trouvaient que, pour les étudiants de première année, le calcul infinitésimal n'avait pas l'intérêt que présente toujours un sujet entièrement nouveau et qu'en même temps ils ne possédaient pas des connaissances assez solides pour servir de base à des études ultérieures. Quelquefois une autre difficulté surgissait, c'était de faire apprendre à nouveau ce qu'on n'avait pas bien appris à l'école moyenne¹. Quoi qu'il en soit cette mesure produisit une certaine fermentation dans les formes stagnantes de l'enseignement mathématique, et ce n'est pas par une simple coïncidence que naquit, précisément à cette époque, l'idée d'organiser un congrès des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire; ce congrès eut lieu du 9 au 16 janvier 1912 à Saint-Petersbourg² et il a été suivi deux ans plus tard par une seconde réunion à Moscou du 8 au 16 janvier 1914³. Entre temps eut lieu à Tiflis le XIII^e Congrès des naturalistes et médecins russes, congrès qui se distingua des précédents par l'introduction d'une section nouvelle, celle de la pédagogie des mathématiques à laquelle on participa activement. L'intérêt qu'éveillaient ces questions amena la création d'un journal aussi consacré à l'enseignement mathématique, et qui commença à paraître à Moscou sous la direction de M. J. J. Tchistiakov.

Sous l'influence de ce mouvement, la question de la réforme de l'Ecole moyenne fut mise à l'ordre du jour au Ministère de l'Instruction Publique. En avril 1915 une réunion spéciale présidée par M. N. P. Ignatieroff adopta le plan général des réformes. En voici les principaux points: 1. L'école doit être un établissement de l'Etat; 2. Il faut donner une instruction générale et ne pas avoir uniquement pour but immédiat la préparation aux écoles supérieures; 3. Sa durée doit être de sept années, divisées en deux cycles: le premier de trois ans et le second de quatre. L'enseignement dans le premier cycle doit être celui des écoles primaires supérieures, de sorte qu'au premier cycle l'école est unifiée; la séparation commence lors du deuxième.

Pour les mathématiques, on comptait dans le premier cycle $4 + 4 + 4 = 12$ heures par semaines; pour le second cycle, à l'instar du système français, on projetait quatre divisions:

1. *La division littéraire moderne* (avec une langue moderne, prédominance donnée aux branches qui constituent les humanités); pour les mathématiques $4 + 4 + 4 + 3 = 15$ heures.

¹ M. G. Poruchniko, dans son « Compte rendu sur l'enseignement des mathématiques dans les corps de cadets », remarque que l'enseignement de la géométrie analytique n'y a pas donné de résultats positifs.

² Voir mon compte rendu dans *L'Enseign. Math.*, 1^{re} année, n° 3, p. 222-228.

³ *Zeitschrift f. math. u. naturw. Unterr.*, XLV, s. 300-309.

2. *La division littéraire classique* (avec une langue moderne et une langue ancienne, également avec prédominance des branches formant les humanités, les mathématiques et les sciences naturelles); pour les mathématiques $4 + 3 + 3 + 2 = 12$ heures.

3. *La division réelle*, section des sciences naturelles; mathématiques: $4 + 4 + 4 + 5 = 17$ heures.

4. *La division réelle*, section des sciences mathématiques; mathématiques $4 + 6 + 6 + 6 = 22$ heures.

Ainsi le nombre total des heures consacrées aux mathématiques dans les deux cycles serait pour les quatre divisions: 1, 27; 2, 24; 3, 29; 4, 34. Comparons cette distribution des heures à celle des gymnases classiques (8 classes) qui existait alors et qui accordait aux mathématiques en tout 32 heures (ou sans la huitième classe, consacrée principalement aux répétitions; 30 heures) et aux écoles réelles à 7 classes avec le nombre sommaire de 35 pour les leçons de mathématiques¹.

On voit que la réforme projetée en 1915 abrégeait considérablement l'enseignement des mathématiques en le réduisant pour la division classique presque jusqu'au niveau des divisions commerciales des écoles réelles (avec 6 classes); pour la division littéraire moderne et même pour la section des sciences naturelles de la division réelle on diminuait le nombre total des heures par rapport à celui des gymnases classiques (27 resp. 29 contre 32). Ce n'est que pour la section mathématique de la division réelle que le projet conservait presque le même nombre d'heures qu'aux écoles réelles (34 contre 35).

Les documents réunis par la Commission et publiés par le Ministère en 1915² contiennent les programmes des mathématiques et les mémoires explicatifs correspondants, composés par la sous-commission spéciale, de même que les opinions personnelles de K. Lebedintseff, D. A. Gravé et W. A. Kondratieff. Estimant qu'il serait possible d'introduire dans le cours de mathématiques de la division littéraire-moderne les éléments des mathématiques supérieures, M. Lebedintseff composa le plan d'études correspondant, en supprimant ce que le programme de la sous-commission avait conservé: la théorie des combinaisons, le binôme de Newton, les fractions continues et les équations indéterminées. Le Prof. Gravé protesta contre la réduction encore plus forte de l'enseignement des mathématiques dans les divisions classiques (avec deux langues antiques)³. W. A. Kondratieff (directeur de la 8^{me} classe du gymnase de Saint-Petersbourg) jugea

¹ Les sections commerciales ne possédaient pas de VIII^{mes} classes et le nombre des leçons de mathématiques dans la V^{me} et la VI^{me} était réduit de 6 et 5 à 2 et 3 respectivement, ce qui donne un total de 28.

² Материалы по реформе среднетехнического примемного программно-рационального учебного заведения по распоряжению г. Мин. Нар. Просв. 1915, in 8°, 541 VI.

³ On ne comptait installer qu'un nombre très restreint d'écoles de ce genre qui ne rentraient pas dans les 4 divisions mentionnées.

indispensable d'enseigner à la 7^{me} les bases théoriques des quatre opérations sur les nombres entiers et fractionnaires. Ces programmes basés sur l'horaire que la sous-commission mathématique trouvait insuffisant présenteraient le caractère du compromis et ont été vivement critiqués surtout par les méthodistes de Moscou¹. Mais dans l'enseignement pratique ces innovations ne se sont pour ainsi dire pas réalisées, parce que, une année après, survint la révolution qui balaya tout. Le système de l'Instruction publique fut radicalement transformé. Il ne paraît donc pas nécessaire de s'arrêter davantage aux travaux de la commission d'Ignatieff. Si je les ai mentionnés, c'est qu'alors déjà des tendances se sont fait sentir en vue de réduire la place assignée aux mathématiques dans l'enseignement, tendances qui caractérisent l'époque post-révolutionnaire, bien qu'on attribue cette réduction à des motifs bien différents.

Actuellement, il existe dans l'U.R.S.S. deux principaux systèmes d'Instruction publique: celui de R.S.F.S.R. (« russe ») et celui de l'Ukraine. L'un de ces deux systèmes, celui de R.S.F.S.R. sert de base à d'autres républiques de l'Union.

II. — *Système d'Instruction publique et d'enseignement mathématique en R. S. F. S. R.*

On distingue trois périodes dans l'histoire de l'Instruction publique en Russie après la révolution de 1917. *La première* — la période du gouvernement provisoire, alors qu'on n'avait pas encore effectué des réformes radicales dans le système de l'Instruction publique; *la seconde*, depuis l'arrivée au pouvoir du parti communiste, c'est la période du communisme militarisé ou de « Sep »², période de la destruction de l'ancien régime et de la construction ardente et févreuse des formes nouvelles. Le pouvoir avait la tendance d'accueillir largement le prolétariat dans les universités et les écoles supérieures en général. Chaque ville fondait sa propre université. Mais ces créations, éphémères pour la plupart, disparaissent en peu de temps. Pourtant le nombre des universités et des écoles techniques supérieures s'est considérablement accru, et dans la *troisième période* — période de consolidation et de construction organique (période de la « nep »)² — il en est resté un nombre suffisant. Il faut noter que certaines de ces écoles apparurent grâce à la disparition des écoles dans les régions occupées par l'ennemi. Ainsi l'Université de Jurieff (Dorpat) a été transférée à Voronej, celle de Varsovie à Rostov (sur le Don), etc. Il parut indispensable de donner aux personnes admises à l'École supérieure une certaine préparation préalable, de sorte que la nécessité

a créé au sein de l'École supérieure l'organisation de cours d'introduction, les semestres préparatoires d'abord, des « facultés ouvrières » ensuite. Leur organisation sembla d'abord passagère, jusqu'à ce que l'École moyenne réorganisée ait produit un effectif de nouveaux étudiants. Jusqu'à présent pourtant on ne remarque pas de recul, ces facultés tendent plutôt à se développer, leur durée de deux ans a été prolongée à trois ans.

Les écoles primaires et moyennes ont subi une réorganisation radicale. En R.S.F.S.R. on a introduit l'*école unique de travail*¹ comportant une durée de 9 ans, dont les 4 premières années forment le premier degré. Pendant cette première période, les leçons sont données suivant le *système complexe*, c'est-à-dire que l'enseignement d'une classe est confié à un seul maître; les branches à enseigner ne sont pas divisées selon les rubriques traditionnelles (langue, histoire naturelle, physique, mathématiques, etc.), mais elles doivent être groupées d'après certains *thèmes*. C'est le type de l'école générale de village.

A. *Le premier degré de l'école.* — Le « système complexe » d'enseignement permet difficilement d'évaluer séparément le temps consacré à l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires, c'est-à-dire pendant le premier degré. Le but, de l'école primaire, d'apprendre à l'enfant à bien lire, écrire et compter, c'est l'un des problèmes les plus importants du premier degré. Sans ces connaissances, il est impossible de parler sérieusement de l'éducation socialiste de la masse enfantine. Le caractère vital du travail d'école, c'est-à-dire l'exécution des programmes dits « complexes », contribue à élever le niveau du développement des enfants. Au début, la cause principale du recul des connaissances élémentaires fournies aux enfants provenait de la pénurie des écoles, de l'année scolaire mal organisée, mais aussi du manque de bases méthodiques des maîtres; beaucoup d'entre eux suivaient les traditions de la vieille école et ne connaissaient que superficiellement les nouvelles méthodes. Les nouveaux programmes² concernant la langue et les mathématiques fixent assez exactement l'étendue des connaissances correspondant aux différentes années d'enseignement. Ils sont accompagnés d'*explications méthodiques* destinées à faire comprendre comment l'enseignement de la langue et des mathématiques est intimement lié à l'enseignement général et à la vie pratique journalière.

B. *Le second degré de l'école.* — Après quatre ans d'études dans la première division, on passe au second degré, en allemand on dirait

¹ Programme et explications méthodiques de l'école unique de travail. Livre I, 1928.

² Dans l'original l'auteur a reproduit textuellement les programmes officiels du premier et du second degré et le plan d'études d'une école de ville. Il donne aussi un aperçu des instructions méthodiques. Nous croyons pouvoir les ométre en détails, vu que ces programmes se bornent au matériel classique. Ils sont donnés *in extenso* dans le *Vth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*, New-York, 1929.

¹ Comp. l'Enseignement des Mathématiques (revue russe) de 1915.

² Politique économique vieille, le mot « vieux » en russe: « stavyi » commence par la lettre s; « nep » = nouvelle politique économique.

« zweite Stufe », qui se divise lui-même en deux cycles. Le premier comprend trois ans d'études: 5^{me}, 6^{me} et 7^{me}, c'est la première partie de l'école dite « septennaire » aussi bien en ville qu'à la campagne. Mais en réalité l'école de campagne ne contient que le premier degré, quelquefois même elle se limite à trois classes (1^{re} à 3^{me}). Les 8^{me} et 9^{me} années forment le deuxième cycle de l'école du 2^{me} degré, qui doit donner à la plupart de ses élèves (75 %) une éducation moyenne achevée. Le 25 % des élèves seulement, après avoir terminé les deux premiers degrés, passe à l'école supérieure (d'après les données du Commissariat de l'Instruction publique). Dans le plan d'études du 2^{me} degré, cette dernière période est caractérisée comme suit: « continuant le travail sur l'éducation d'ensemble que doit donner l'école septennaire, les deux dernières classes ont pour but de compléter l'éducation générale dans les limites possibles en neuf ans d'études scolaires et de poser une base assez solide pour la conception matérielle du monde ». Mais il est dit, en outre, que: « l'ensemble des connaissances acquises par l'écolier dans les 8^{me} et 9^{me} classes doit être entièrement suffisant pour lui permettre de continuer ses études dans l'une ou l'autre des écoles supérieures. A ce point de vue, la dernière division du 2^{me} degré, comme du reste aussi la première, présente une certaine déviation dans la conception de l'éducation générale. Ce but se rapproche de celui de l'école pré-révolutionnaire et transporte son centre d'activité vers les sciences sociologiques d'un côté et les sciences naturelles, au sens large de ce mot, de l'autre. Pour être plus concrète, cette tendance montre que les branches telles que la physique, la chimie, les sciences naturelles et mathématiques n'absorbent pas moins d'un tiers du temps hebdomadaire.

Les exigences des écoles supérieures pourraient provoquer une certaine tendance à diminuer un peu le nombre des heures consacrées à la chimie et aux sciences naturelles en faveur des mathématiques principalement, mais il serait injuste de céder à cette tendance au point de vue de l'homogénéité d'une « éducation moyenne » minimale que peut donner l'école en neuf années ». On constate cependant que l'enseignement des mathématiques a souffert dans l'école actuelle et n'atteint pas le niveau nécessaire pour l'école supérieure.

Il faut encore préciser l'esprit dans lequel ces programmes ont été compris et le but qu'on se propose dans l'enseignement des mathématiques. Les remarques générales sur le programme qui les précèdent dans le fascicule III des: « Programmy i metodiceskij Zapiski jednoi trud'voi shkoly » (Programmes et mémoires méthodiques de l'École de Travail unique), Moscou 1927, en donnent des renseignements précieux. Il serait intéressant d'en donner un compte rendu détaillé, mais je ne veux pas m'étendre davantage et je ne montrerai que l'idée générale.

Nous remarquons d'abord que les opinions sur les mathématiques et leur place dans l'école « septennaire » ont été exposées dans le

Mémoire explicatif des programmes de 1925 et ce qui a été dit alors reste vrai actuellement. On disait que les mathématiques en tant que science n'ont pas d'objet qui leur soit propre, que c'est plutôt une méthode. Mais, on pense maintenant que si les mathématiques ne sont pas enseignées pour elles-mêmes et ne jouent qu'un rôle d'auxiliaire, cela ne veut pas dire qu'elles n'ont dans l'école aucun but leur étant propre. La question a été développée alors dans un but de polémique, pour combattre l'opinion invétérée que les mathématiques sont enseignées exclusivement pour elles-mêmes et ont un rôle indépendant du système général. On a objecté la séparation exclusive, et non l'indépendance des mathématiques. On peut ainsi formuler brièvement le rôle des mathématiques dans l'enseignement: les mathématiques à l'école sont une branche, pratiquement nécessaire pour l'écolier, ce sont des instruments dont il doit apprendre à se servir pour pouvoir les appliquer à l'école et plus tard dans la vie, dans son activité future quelle qu'elle soit (p. 112). Le but utilitaire, la nécessité pratique, voilà la justification des mathématiques; leur importance pour le développement de la pensée, l'habitude du raisonnement rigoureux que donnent les mathématiques, principalement la géométrie, c'était là le but de l'école avant la révolution. Il est donc tout naturel, qu'à présent, ce but ne soit pas prédominant. Mais cette négligence de la valeur méthodique doit se faire sentir et il faut s'attendre à ce qu'à l'avenir, on utilise aussi les mathématiques comme formation de la pensée rigoureuse sans pour cela nuire aux buts pratiques de cet enseignement.